

使える最新PRTのススメ

~~～おまえのPRTはもう死んでいる～~~

～おれのPRTはもう死んでいた・・・orz～

田村 尚希 株式会社 Pyramid



発表の流れ

- 1.概要
- 2.Static PRTの復習
- 3.Precomputed Shadow Fields
- 4.SH Exponentiation
- 5.まとめ



発表の流れ

1.概要

2.Static PRTの復習

3.Precomputed Shadow Fields

4.SH Exponentiation

5.まとめ

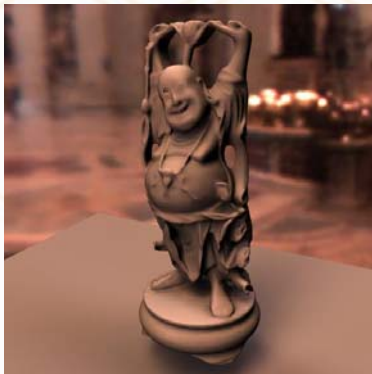


1.概要 ～はじめに～

◆本セッションの内容

自由に物体が動かせる動的なシーンに使える
Precomputed Radiance Transfer (PRT)の解説

PRTの特徴



- 1) 環境マップを丸ごと光源と考える
- 2) リアルタイムレンダリングが可能



1.概要 ～背景～

◆本セッションの背景

従来のPrecomputed Radiance Transfer (PRT)
は、静的なシーンにのみ適用可能



用途が限られていた!!



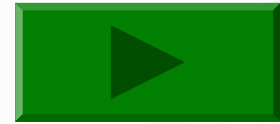
近年、自由に物体を動かせるPRTが登場



1.概要 ～背景～



「Precomputed Radiance Transfer for Real-Time Rendering
in Dynamic, Low-Frequency Lighting Environments」
[Sloan et al. SIGGRAPH 2002]



- ◆ 近年のPRT関連手法の基礎となる論文
- ◆ DirectX内にツールとして統合
- ◆ 物体は動かさない・・・
(静的なシーンのみ対応)





1.概要 ～背景～



「Precomputed Shadow Fields for Dynamic Scenes」
[Zhou et al. SIGGRAPH 2005]



※論文より引用

- ◆ 剛体に限り、物体を自由に移動・回転可能
- ◆ 動かしたい物体毎に shadow fields と呼ばれるデータを前計算
- ◆ 実行速度が不十分 (計算がCPUベース)



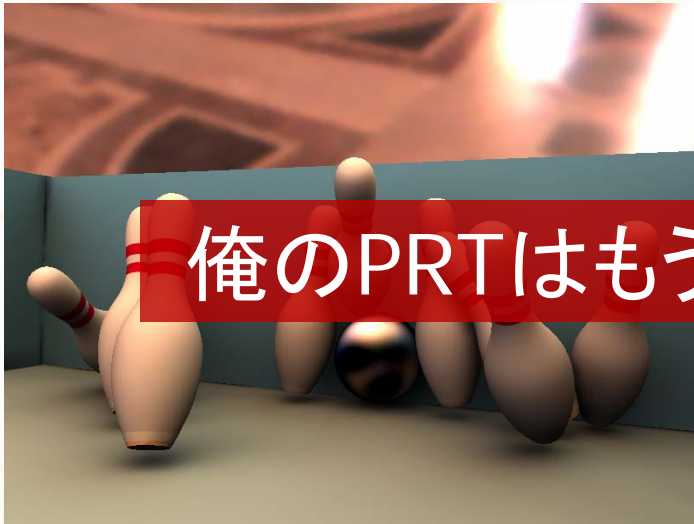


1.概要 ～背景～



「A Practical and Fast Rendering Algorithm for Dynamic Scenes Using Adaptive Shadow Fields」

[Tamura et al. PacificGraphics 2006]



俺のPRTはもう死んでいた・・・orz
データ量も削減

◆ 計算の大半をGPUに移し、
処理を高速化

◆ 動かせるのは、剛体のみ



より凄い手法が、今年のSIGGRAPHで発表された!!



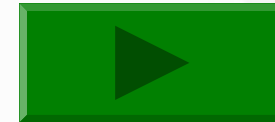


1.概要 ～背景～



「Real-time Soft Shadows in Dynamic Scenes using Spherical Harmonic Exponentiation」

[Ren et al. SIGGRAPH 2006]



※論文より引用

- ◆ 物体の形状変形可能 (スキニングメッシュ)
- ◆ GPUを利用した高速処理
- ◆ 概念的にはPrecomputed Shadow Fieldsの拡張
- ◆ 物体を球の集合で近似





1.概要 ~背景~



◆発表構成

2節



Static PRT

3節



Precomputed
Shadow Fields

4節



SH
Exponentiation





発表の流れ

1.概要

2.Static PRTの復習

3.Precomputed Shadow Fields

4.SH Exponentiation

5.まとめ



発表の流れ



◆発表構成

2節



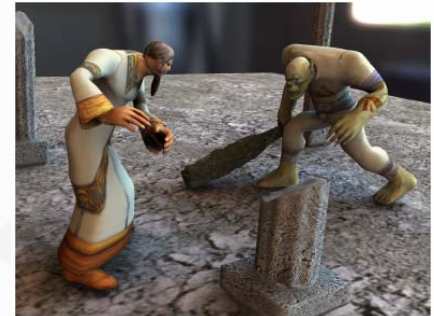
Static PRT

3節



Precomputed
Shadow Fields

4節



SH
Exponentiation





2.Static PRT ~概要~

◆ 概要

Image Based Lighting

← PRTの基本となる技術、
ただし非リアルタイム処理

リアルタイム化

Static PRT

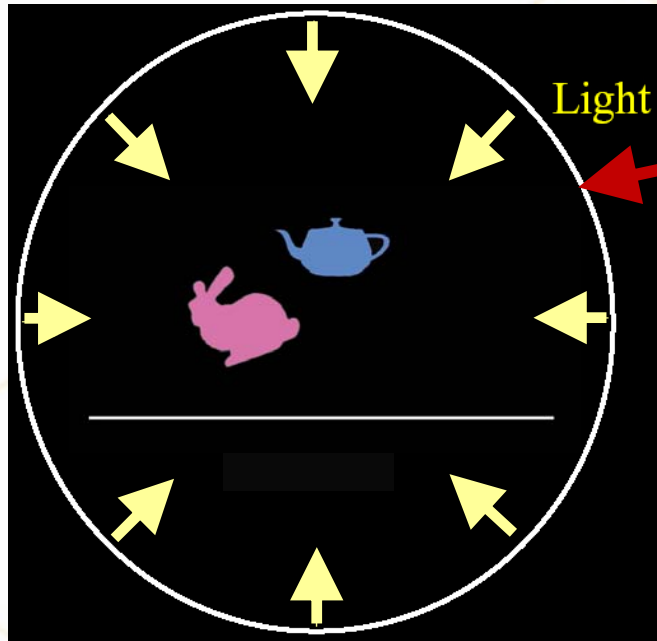
← IBLに工夫・制約を設けて、
リアルタイム処理化



2.Static PRT ~IBL~

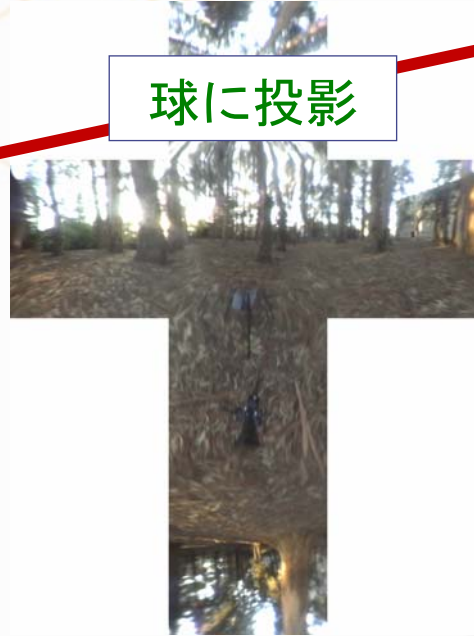


環境光源



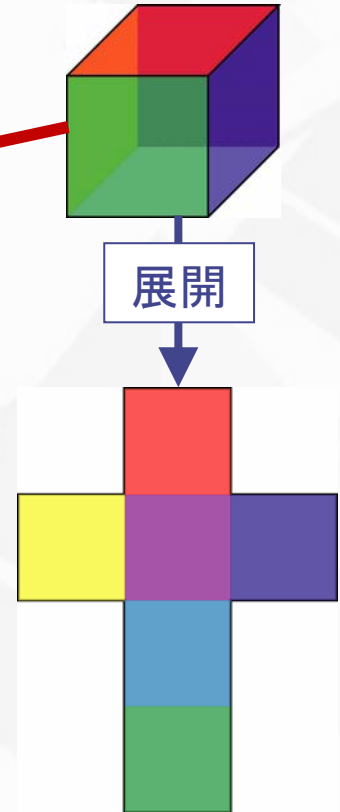
無限遠に存在

球に投影



©Paul Debevec

展開

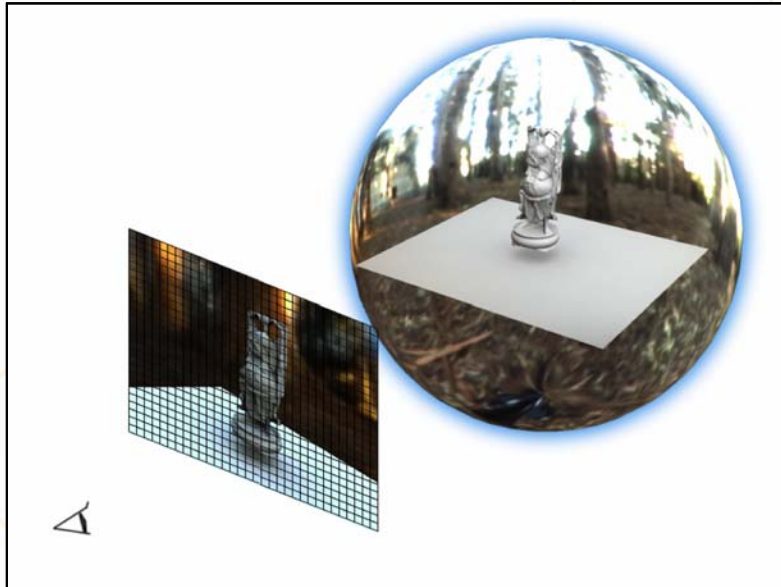




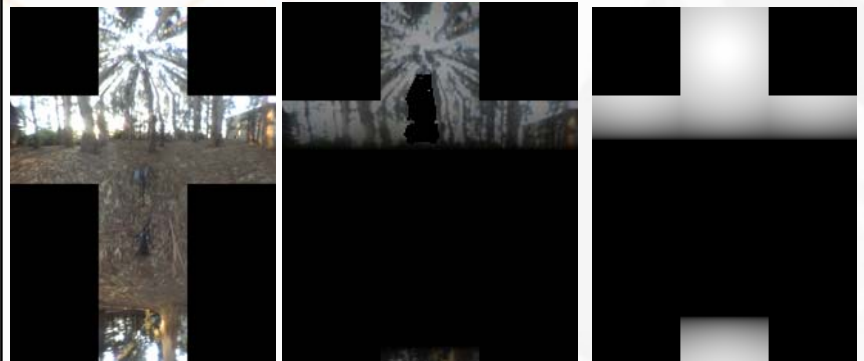
2.Static PRT ~IBL~



◆ Image Based Lighting



$$\frac{1}{\pi} \int_{\Omega} L(\omega) V(\omega) \max((\omega \cdot n), 0) d\omega$$



L : 環境光源 V : 遮蔽情報 $(\omega \cdot n)$: 余弦項
 n : 面の法線

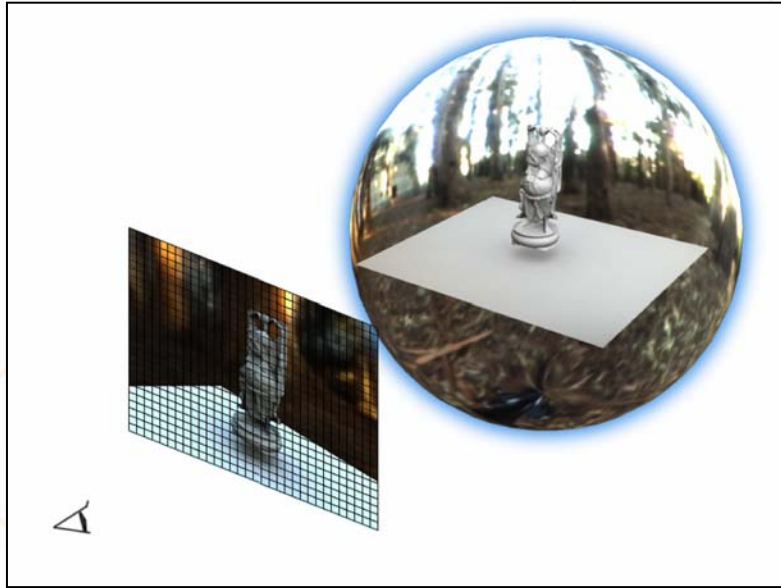




2.Static PRT ~IBL~



◆ Image Based Lighting



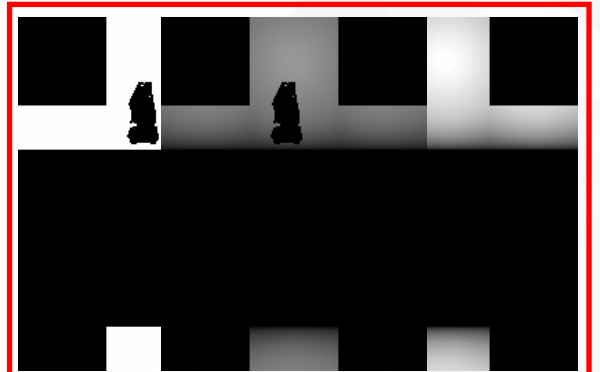
$$\frac{1}{\pi} \int_{\Omega} L(\omega) V(\omega) \max((\omega \cdot n), 0) d\omega$$

$$\int_{\Omega} L(\omega) T(\omega) d\omega$$

IBL積分と呼称



L: 環境光源



V: 可視情報伝達関数

n: 面の法線

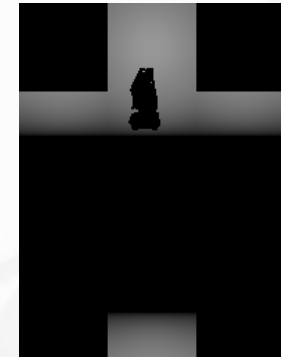
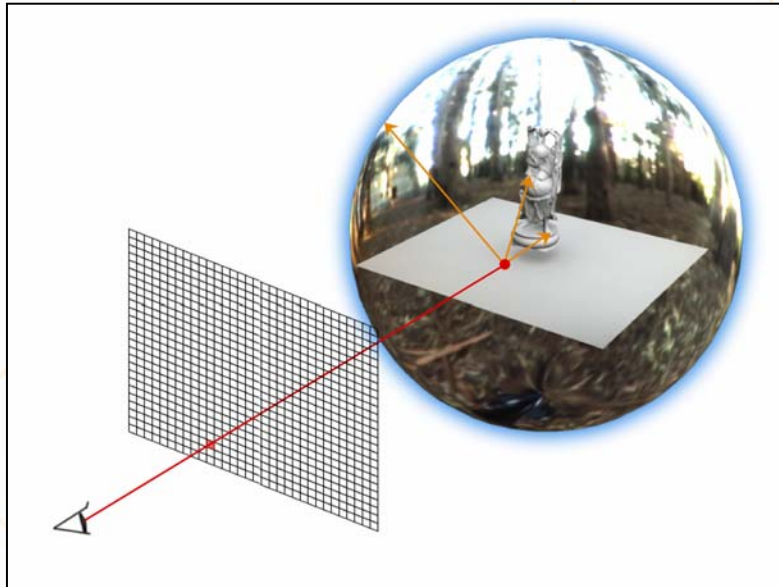


2.Static PRT ~IBL~



◆ Image Based Lighting

$$\int_{\Omega} L(\omega)T(\omega)d\omega$$



L:環境光源

T:光の伝達関数

一般のIBLでは, レイトレーシング法
を使って T を計算

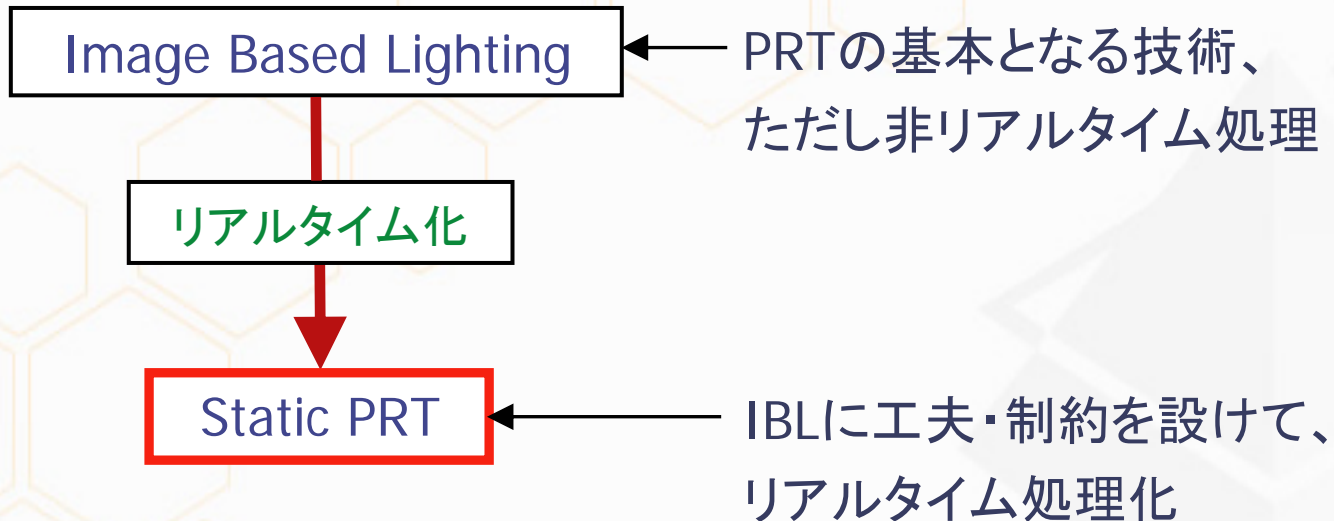
**計算負荷が高い
リアルタイム処理は不可能**





2.Static PRT ~概要~

◆ 概要





2.Static PRT ~要点~

◆ PRTにおけるリアルタイム化の要点

1.シーンを固定

2.輝度計算をピクセル単位から頂点単位に変更

3.前計算した遮蔽情報を圧縮



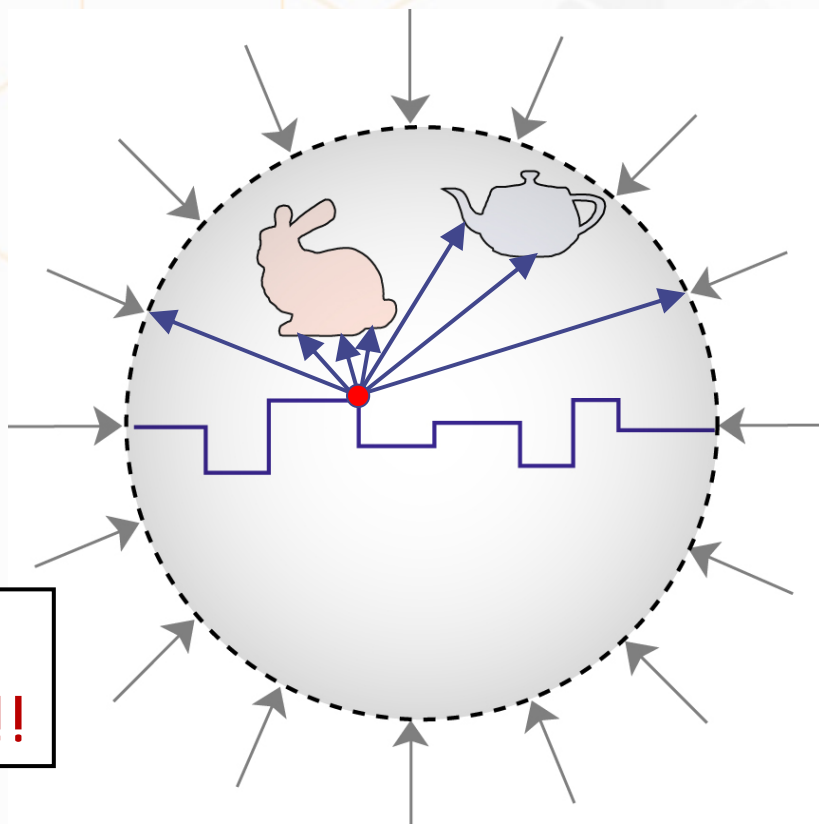
2.Static PRT ~シーンの固定~



1. シーン状態を固定

- シーン内における遮蔽情報も固定化される
- **遮蔽情報を前計算して保存**

この制約のため、PRTでは基本的に物体が動かさない!!





2.Static PRT ~頂点での輝度計算~



2. 輝度計算を頂点単位に変更

→ 頂点のみで輝度を計算し、三角形内で頂点の輝度を補間しながら、三角形描画



スクリーン上の各pixelで輝度を計算するよりも高速

場合によっては、メッシュを細かく分割する必要がある!!



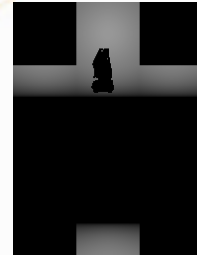


2.Static PRT ~直交変換~

3. 前計算した情報を圧縮

理由1. 前計算した遮蔽情報は、データ量が膨大

全遮蔽情報データ量 = 頂点数 ×



理由2. 遮蔽情報を前計算したとしても、IBL積分のリアルタイム処理は難しい

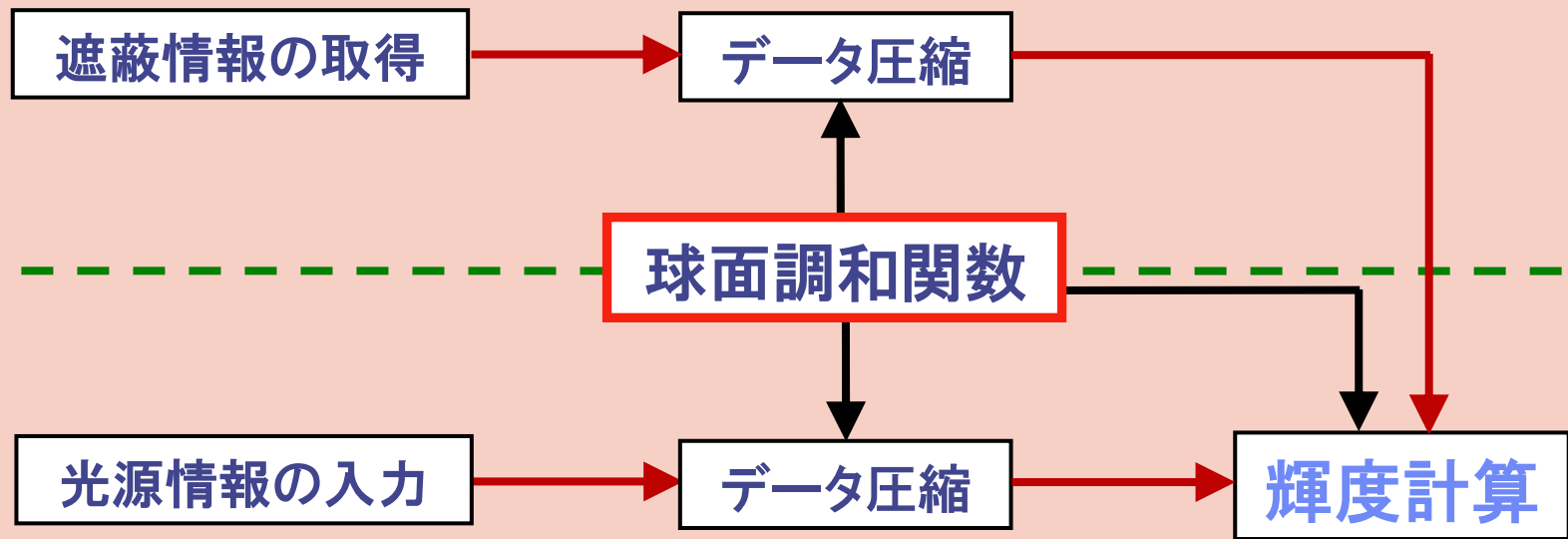
データ圧縮、積分計算の高速化が必要

→ 球面調和関数を利用して同時に解決

Static PRTの概念図

前計算

実行時



球面調和関数の説明手順

球面調和関数の要点
および利点

数学的な定義

球面調和関数による
情報の近似

球面調和関数のまとめ



2.Static PRT ~球面調和関数~



◆ 球面調和関数の要点

球面調和関数を用いた近似



本来の輝度分布



各方向の輝度を
高さに変換



球に投影



球面調和関数は、大まかな特徴を極めて効率的に近似可能

データ量

16個～36個のfloat :

64byte (16個の場合)

データ量

キューブマップのデータ量 :

float × (32 × 32 × 6) pixel : 24576 byte

データ量を1/400に圧縮!!



球面調和関数の説明手順

球面調和関数の要点
および利点

数学的な定義

球面調和関数による
情報の近似

球面調和関数のまとめ



2.Static PRT ~球面調和関数~

- ◆ 以下のような三次元極座標系で $\omega = (x, y, z) = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$
- ◆ 下のような式で定義された関数群 y を球面調和関数(Spherical Harmonics)と呼ぶ

$$y_l^m(\omega) = \begin{cases} \sqrt{2}K_l^m \cos(m\varphi)P_l^m(\cos \theta) & m > 0 \\ \sqrt{2}K_l^m \sin(-m\varphi)P_l^{-m}(\cos \theta) & m < 0 \\ K_l^0 P_l^0(\cos \theta) & m = 0 \end{cases}$$

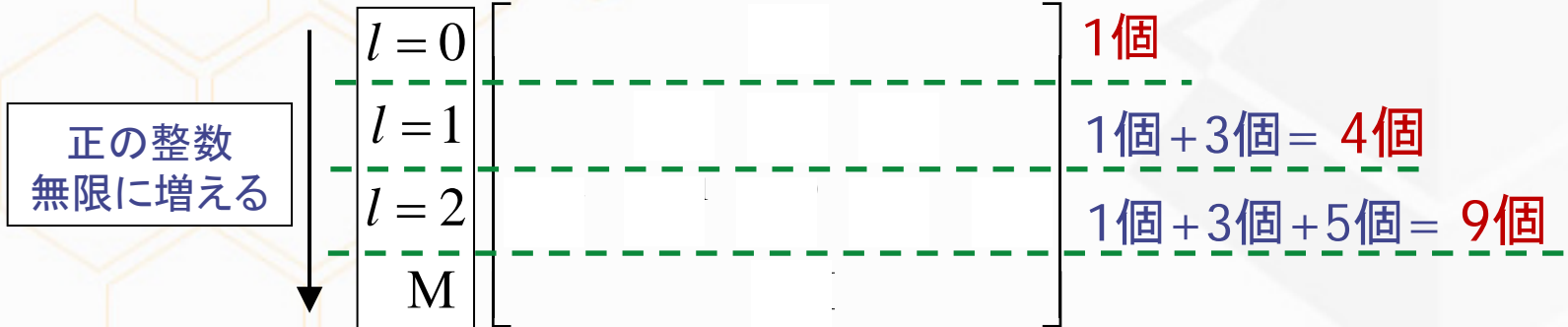
ここで l は正の整数、 m は $-l \sim l$ の整数

$$K_l^m = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}}$$

P_l^m はルジャンドルの陪関数

l, m 毎に関数が存在

$m = -2 \quad m = -1 \quad m = 0 \quad m = 1 \quad m = 2$ -lから+lまで変化



ルール1: 球面調和関数は、ピラミッド状に関数の種類が増える

ルール2: ピラミッドの上の方から「一段ずつ」使う





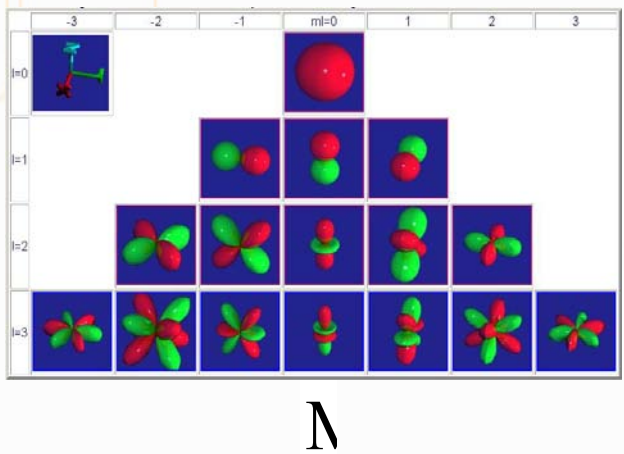
2.Static PRT ~球面調和関数~

	$m = -2$	$m = -1$	$m = 0$	$m = 1$	$m = 2$	
$l = 0$			$K_0^0 P_0^0(\cos \theta)$			
$l = 1$		$\sqrt{2} K_1^{-1} \sin \theta P_1^{-1}(\cos \theta)$	$K_1^0 P_1^0(\cos \theta)$	$\sqrt{2} K_1^1 \cos \theta P_1^1(\cos \theta)$		
$l = 2$	$\sqrt{2} K_2^{-2} \sin(2\theta) P_2^{-2}(\cos \theta)$	$\sqrt{2} K_2^{-1} \sin \theta \cos \theta P_2^{-1}(\cos \theta)$	$K_2^0 P_2^0(\cos \theta)$	$\sqrt{2} K_2^1 \cos \theta \sin \theta P_2^1(\cos \theta)$	$\sqrt{2} K_2^2 \cos(2\theta) P_2^2(\cos \theta)$	
M			M			

だけでは分からないので三次元的に可視化

どこまでの l を使うかは任意

使うが多いほど近似精度が高く、データ量も多い



ゆるやかな形状

→ 情報の大まかな特徴を捉える

l が増えるに従って形状が複雑化

→ 情報の細部を捉える

球面調和関数を3次元上に可視化した図 (赤:+の領域 緑:-の領域)



球面調和関数の説明手順

球面調和関数の要点
および利点

数学的な定義

球面調和関数による
情報の近似

球面調和関数のまとめ



2.Static PRT ~球面調和関数~

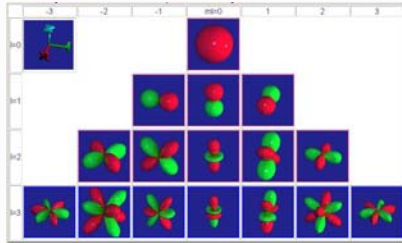


球面調和関数による近似

最適な係数の計算式

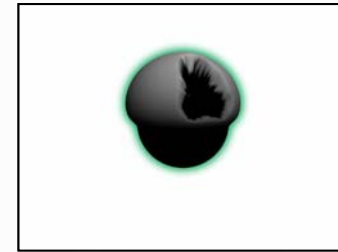
$$S_l^m = \int_{\Omega} S(\omega) y_l^m(\omega) d\omega$$

球面調和関数



Λ

圧縮したい情報 S



Λ

各関数にそれぞれスケーリング係数を掛けて足し算し、多様な情報を近似

単純に足し算しただけでは不可能...

×

$$S_0^0$$

×

$$S_1^{-1}$$

×

$$S_1^0$$

×

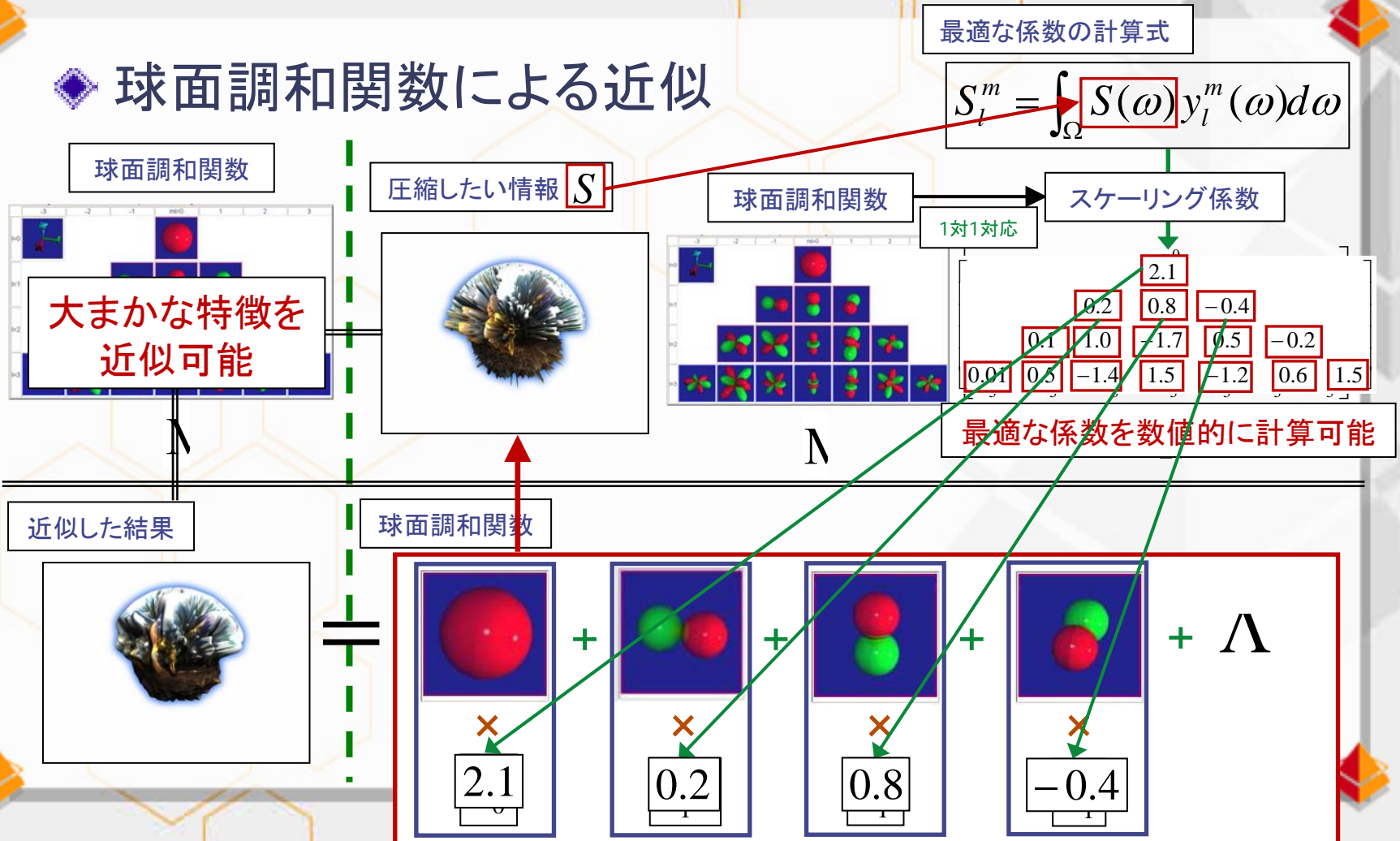
$$S_1^1$$





2.Static PRT ~球面調和関数~

球面調和関数による近似





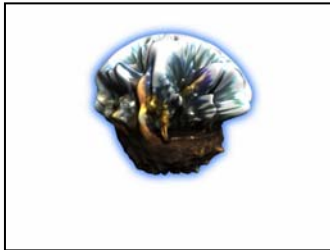
2.Static PRT ~球面調和関数~

球面調和関数による近似

最適な係数の計算式

$$S_l^m = \int_{\Omega} S(\omega) y_l^m(\omega) d\omega$$

近似した結果



||

球面調和関数

Diagram showing the approximation of the sphere as a sum of four spherical harmonics multiplied by coefficients:

- Red sphere × 2.1
- Green and red spheres × 0.2
- Red and green spheres × 0.8
- Green and red spheres × -0.4

The sum is followed by the Greek letter Λ .

近似前の元情報



重要な点

情報を近似する場合、変化するの係数のみ

→ 情報毎に、係数のみを保持すれば良い

e.g. 16個の球面調和関数を用いて情報を近似する場合、16個の係数(float)のみ → データ量小さい

一般に16個～36個程度の球面調和関数を用いる

球面調和関数の説明手順

球面調和関数の要点
および利点

数学的な定義

球面調和関数による
情報の近似

球面調和関数のまとめ

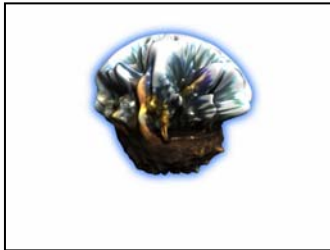


2.Static PRT ~球面調和関数~

球面調和関数のまとめ

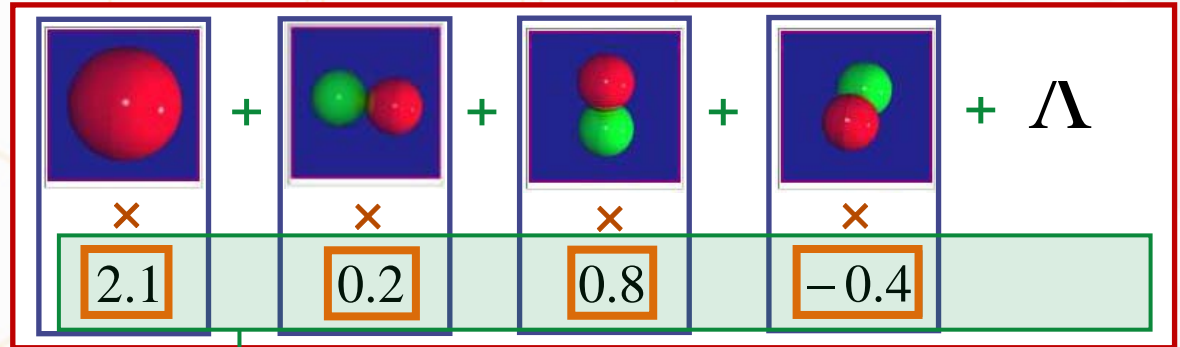
係数ベクトルを保持すれば、キューブマップを保持するのと等価

近似した結果



=

球面調和関数

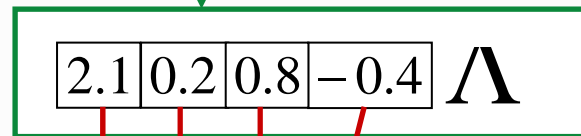


各情報間で変化するの係数のみ → 係数のみ情報毎に保存

近似前の元情報



=

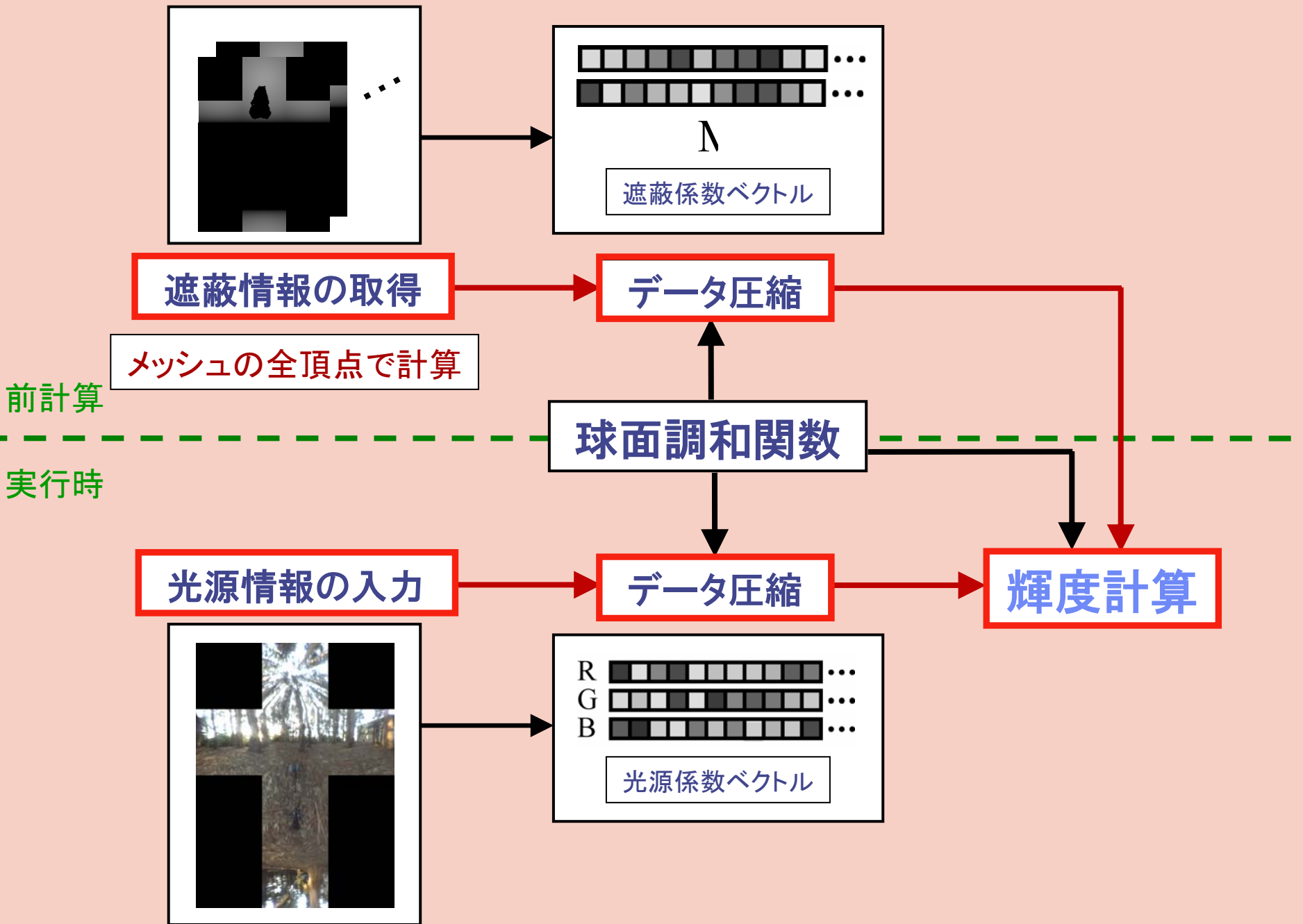


係数ベクトルと呼称



0.0 - ■、1.0 - □ の
グレースケールで可視化

Static PRTの概念図





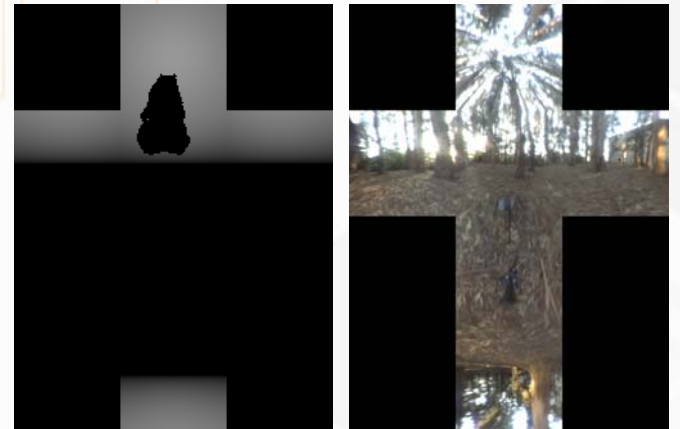
2.Static PRT ~輝度計算~



◆輝度計算



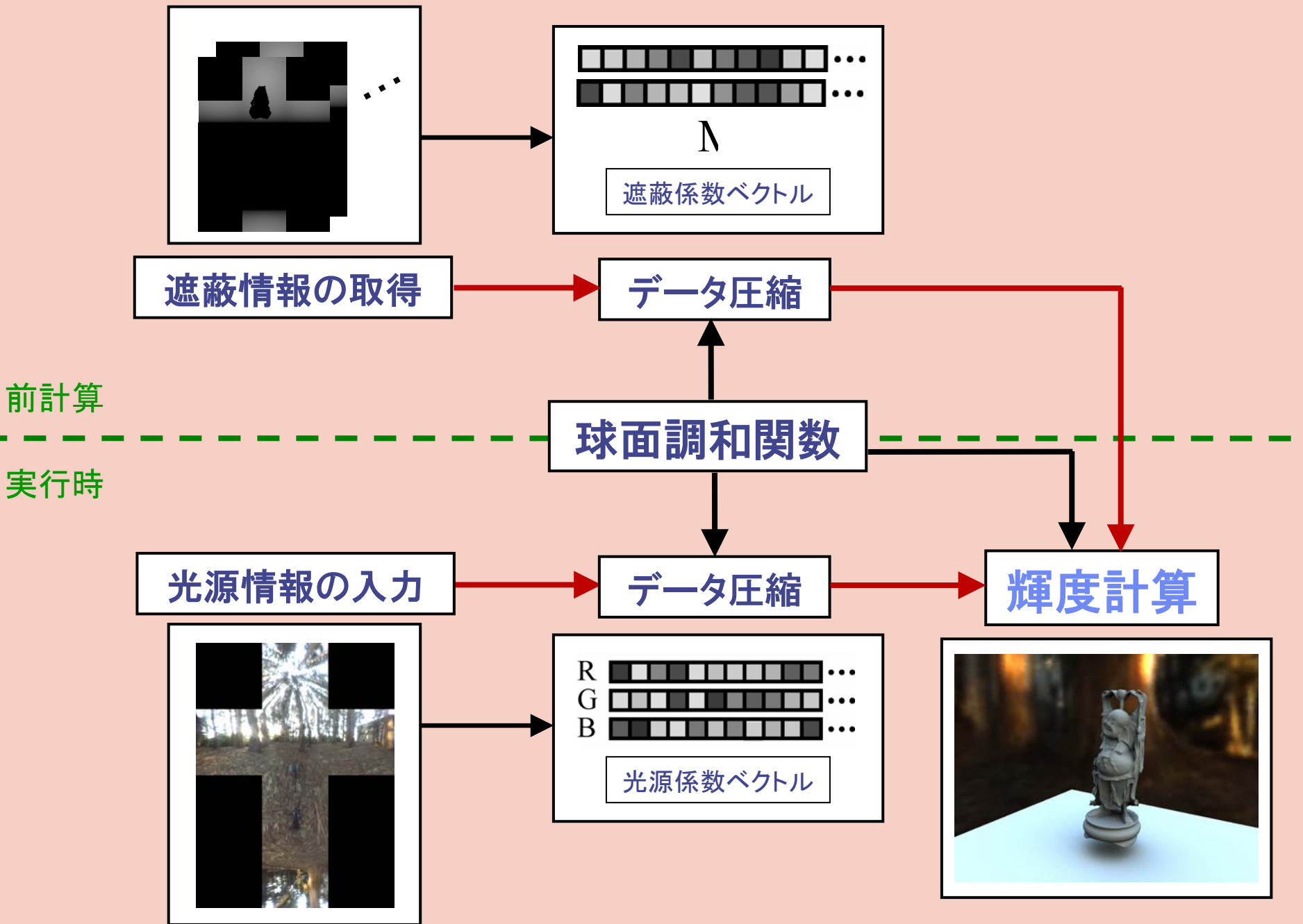
○
計算頂点



Double Product (内積)



Static PRTの概念図





2.Static PRT ~要点~

◆ PRTにおけるリアルタイム化の要点

1.シーンを固定

この制約のため、基本的に物体が動かせない!!

2.輝度計算をピクセル単位から頂点単位に変更

場合によっては、メッシュを細かく分割する必要がある!!

3.前計算した遮蔽情報を圧縮

球面調和関数を利用し、データ圧縮、積分計算の高速化



発表の流れ

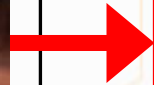


◆発表構成

2節



Static PRT

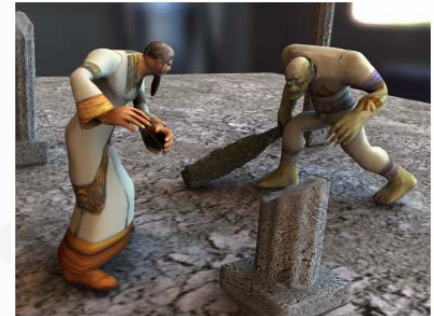


3節



Precomputed
Shadow Fields

4節



SH
Exponentiation





発表の流れ

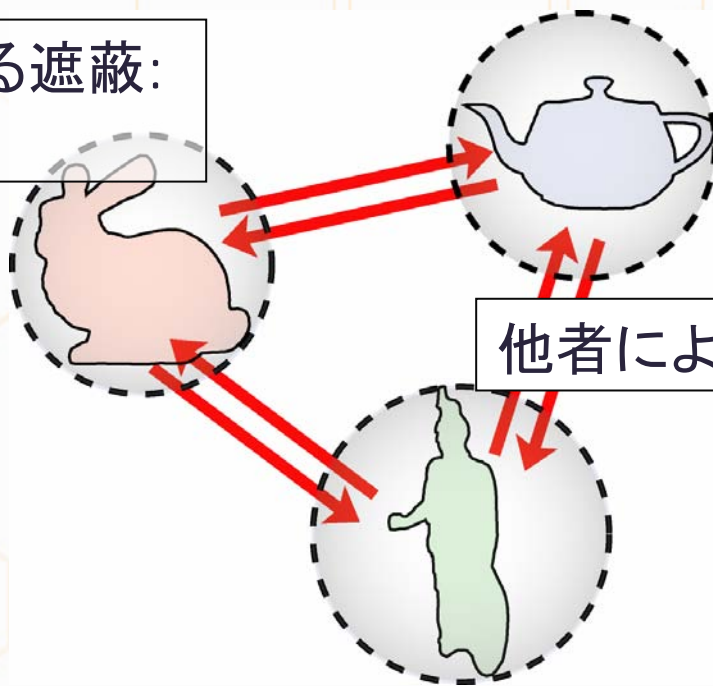
1. 概要
2. Static PRTの復習
3. Precomputed Shadow Fields (PSF)
4. SH Exponentiation
5. まとめ



3.PSF ～概要～

- ◆ シーンを単一の物体として扱うから、移動不可能
→ シーンをいくつかの物体に分けて扱う

自分自身による遮蔽:
自己遮蔽

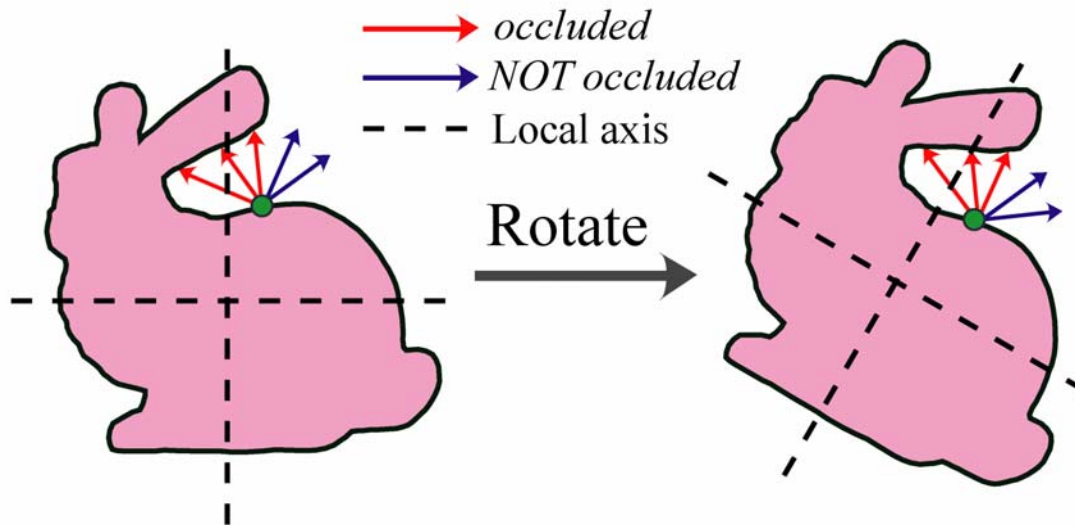


他者による遮蔽



3.PSF ～自己遮蔽～

◆ 各物体を剛体と仮定すると、自分自身による遮蔽は不変

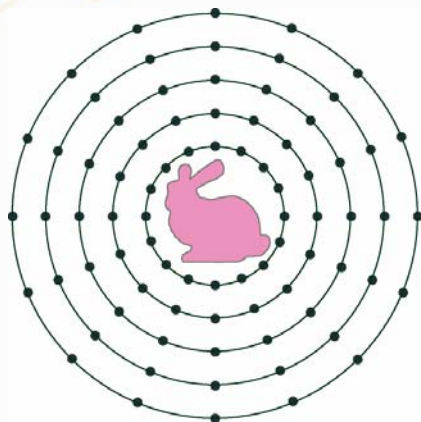


→ 各物体は移動・回転できるが、形状は変形できない

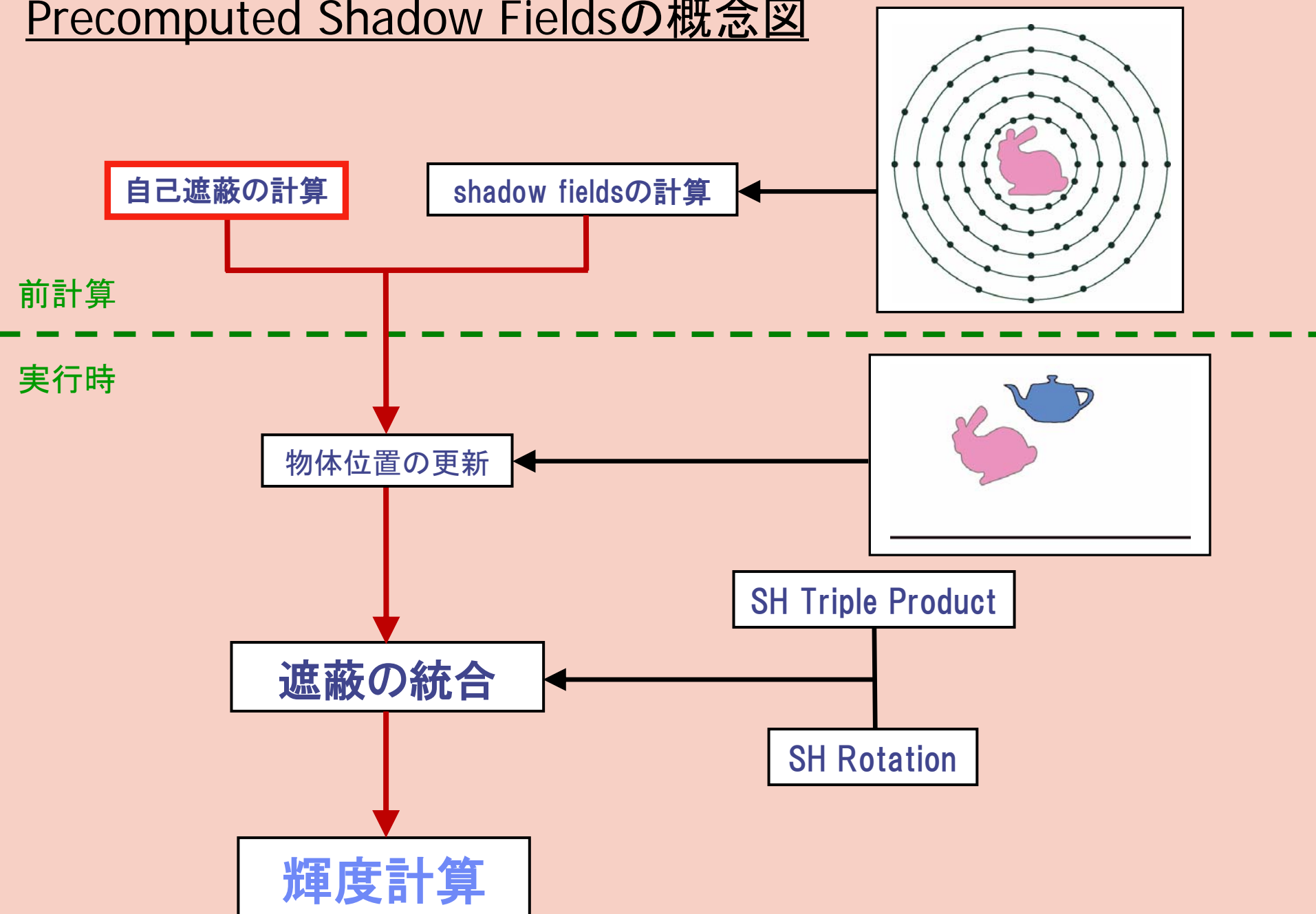


3.PSF ～他者による遮蔽～

- ◆ shadow fieldsと呼ばれるデータ構造を利用し、他者による遮蔽を計算
- ◆ shadow fieldsの要点: **物体毎独立に**
 1. 物体の空間中に、仮想的なサンプル点を配置
 2. 物体が各サンプル点におよぼす遮蔽を**前計算**



Precomputed Shadow Fieldsの概念図



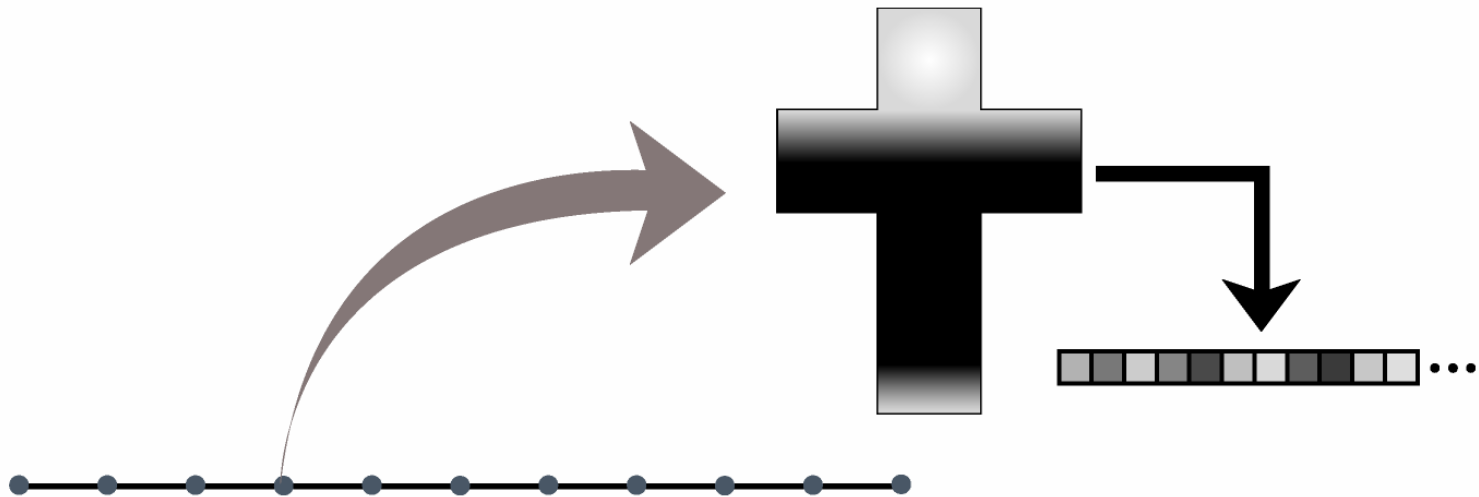


3.PSF ～前計算～



◆ 自己遮蔽

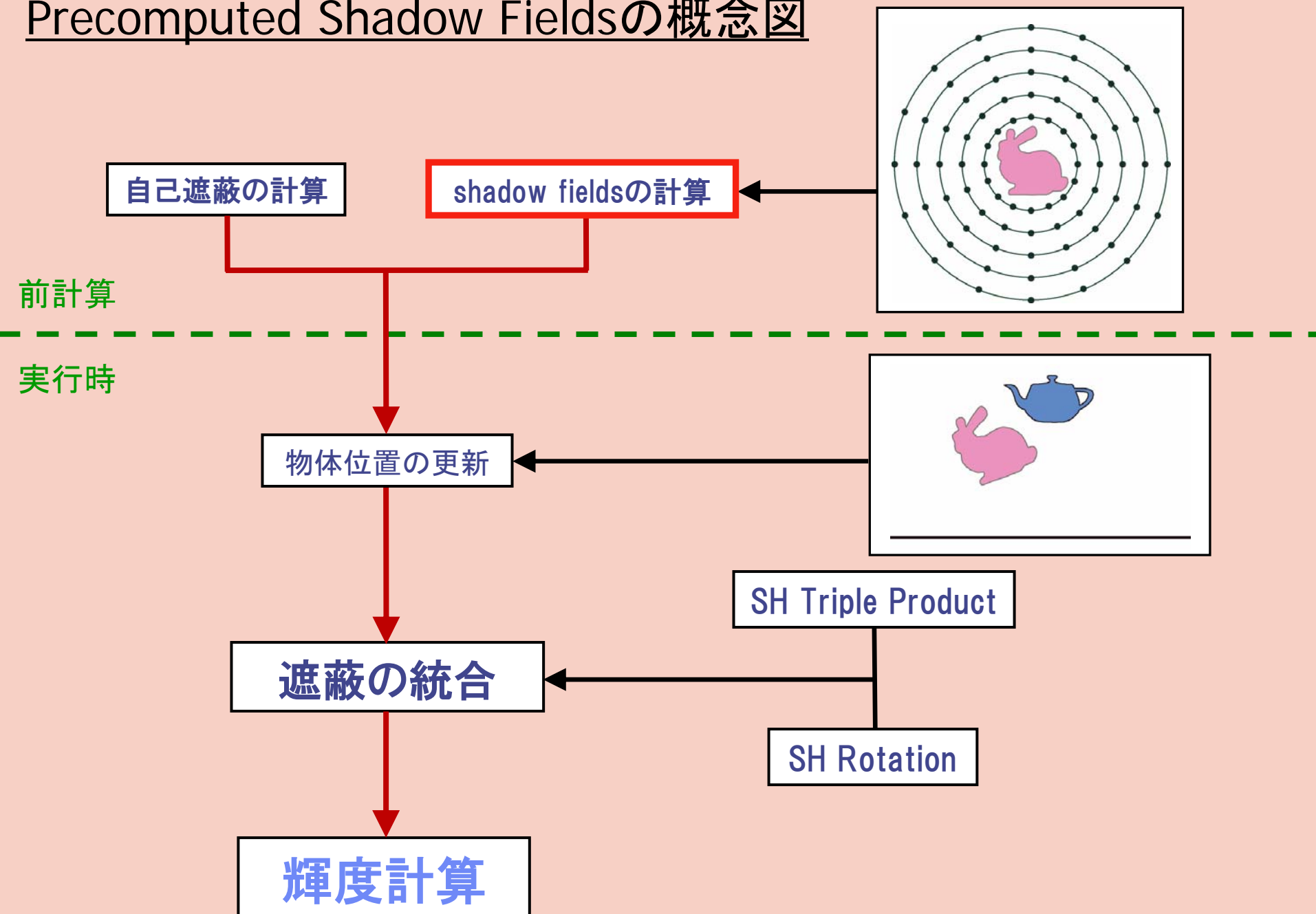
球面調和関数(SH)変換



各直交基底に対する係数ベクトル (OCV)として保存



Precomputed Shadow Fieldsの概念図

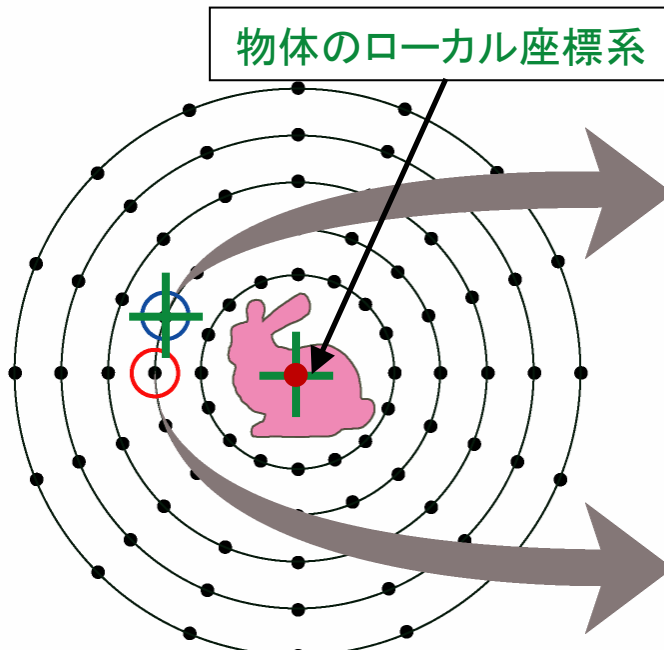




3.PSF ~前計算~

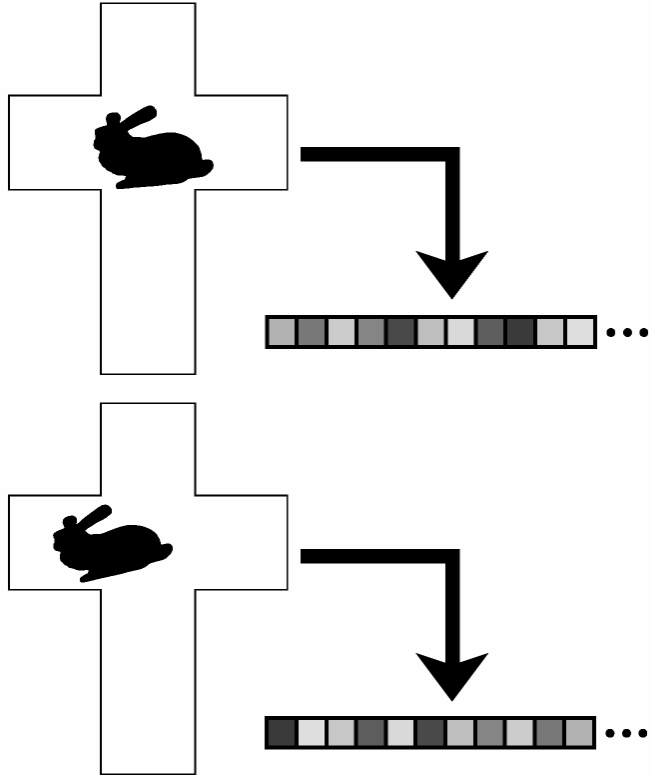


shadow fields



各サンプル点の座標系は
物体のローカル座標と一致

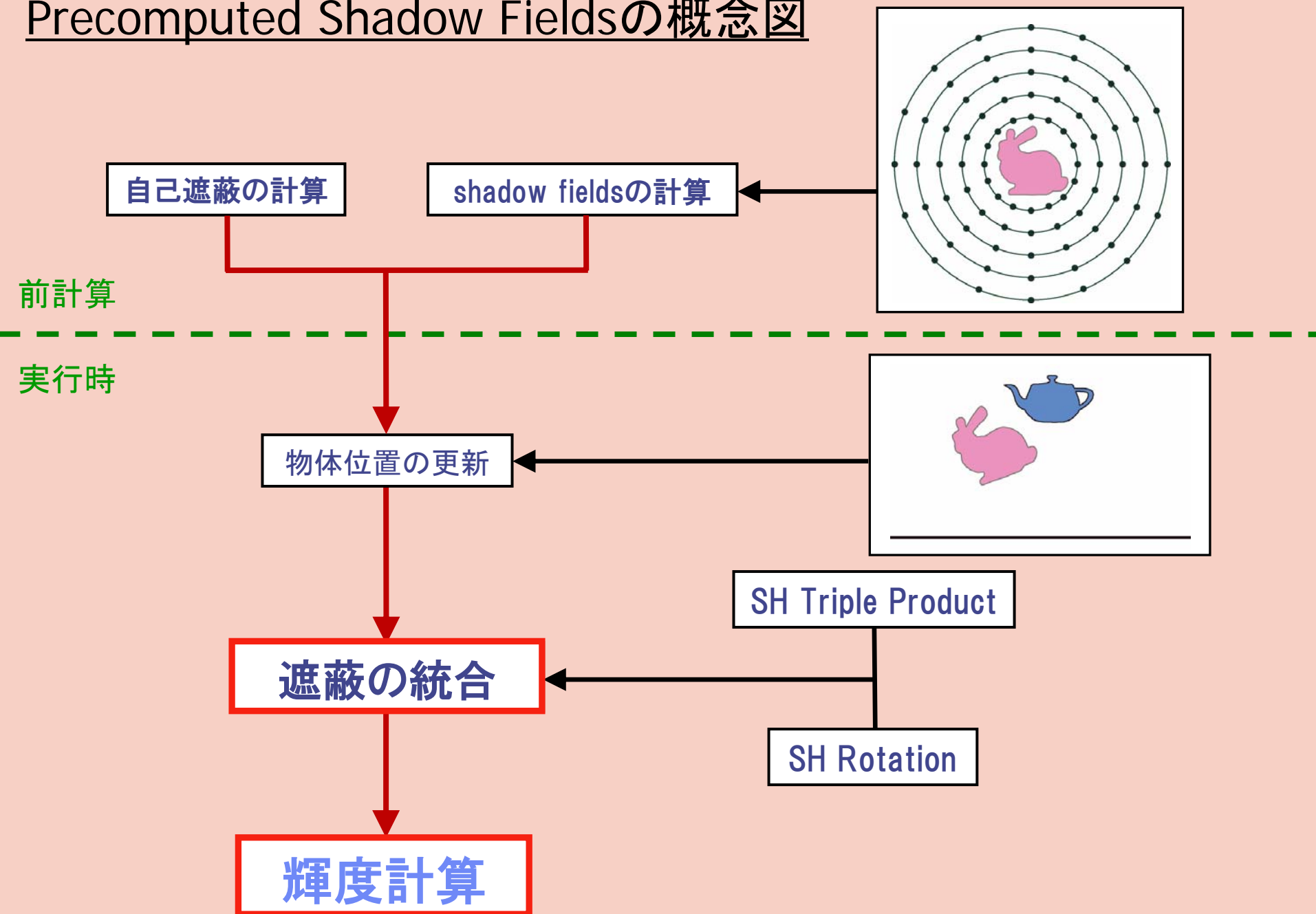
球面調和関数(SH)変換



各直交基底に対する係数ベクトル (OCV)として保存

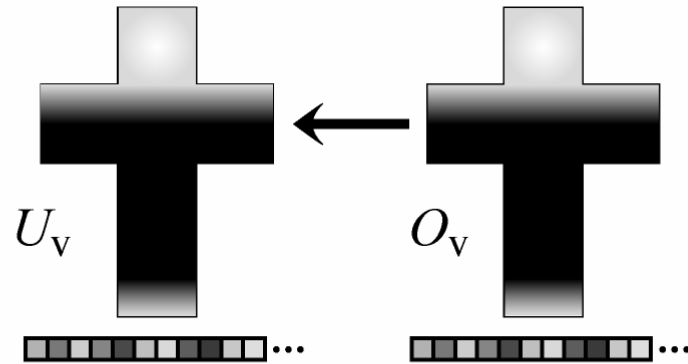


Precomputed Shadow Fieldsの概念図





3.PSF ~実行時の処理~



For each entity I do

For each visible vertex do

$$U_v = O_v$$

For each entity J do

calculate OCV O_J

rotate O_J

$$U_v = \text{Triple Product}(U_v, O_J)$$

$$B = \text{Double Product}(S_d, U_v)$$

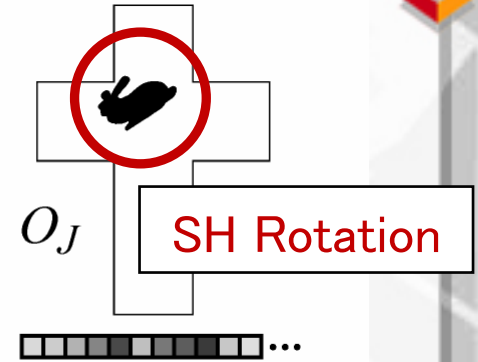
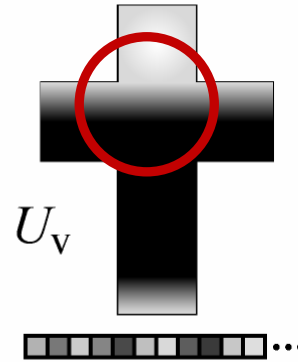
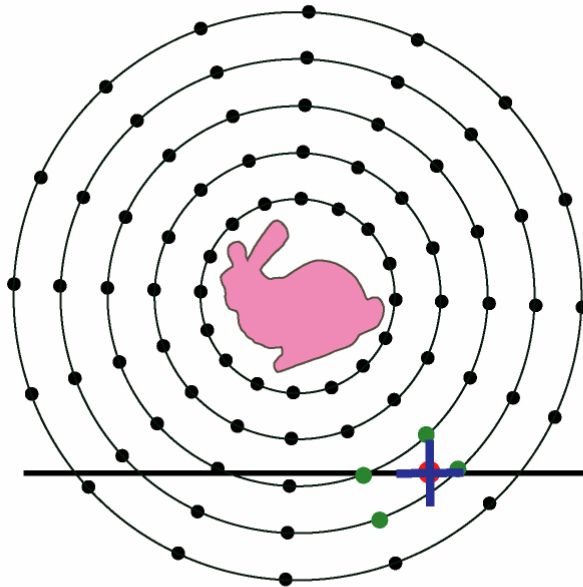
OCV: 遮蔽係数ベクトル

O_v : 自己遮蔽係数ベクトル U_v : 計算用ベクトル shadow fieldsを利用した輝度計算





3.PSF ~実行時の処理~



For each entity I do
For each visible vertex do
 $U_v = O_v$
For each entity J do
 calculate OCV O_J
 rotate O_J
 $U_v = \text{Triple Product}(U_v, O_J)$
 $B = \text{Double Product}(S_d, U_v)$

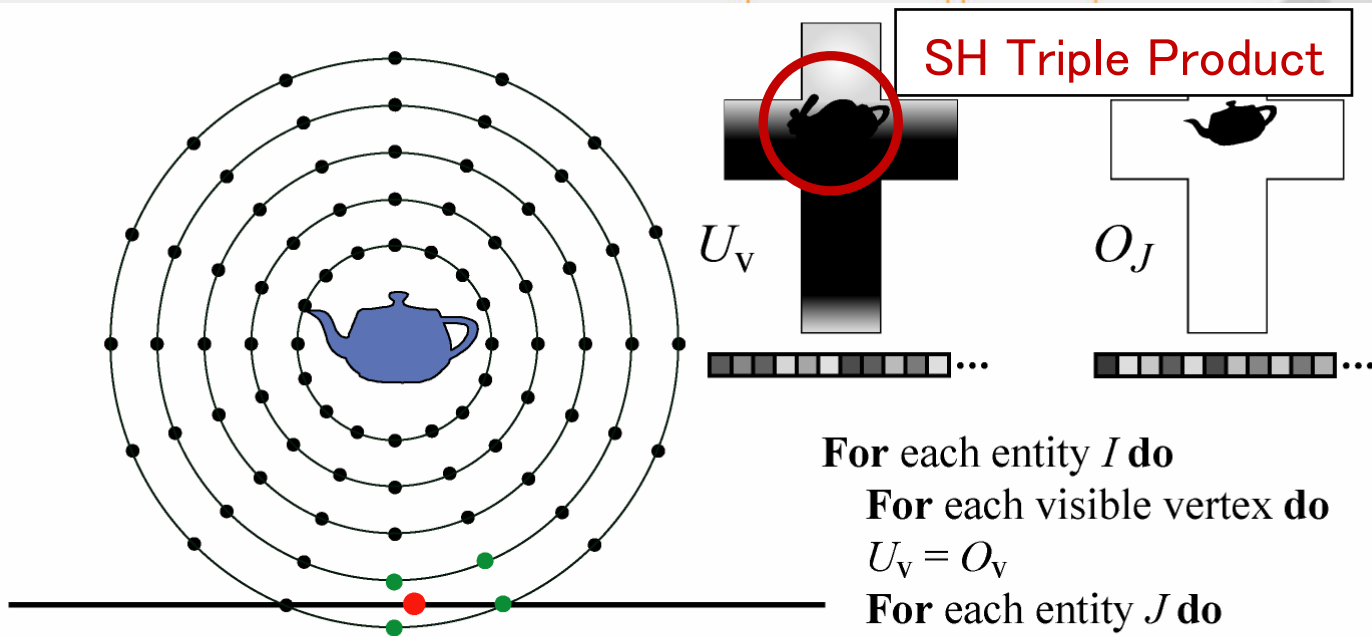
OCV: 遮蔽係数ベクトル

O_v : 自己遮蔽係数ベクトル U_v : 計算用ベクトル shadow fieldsを利用した輝度計算





3.PSF ~実行時の処理~



For each entity I do
For each visible vertex do
 $U_v = O_v$
For each entity J do
 calculate OCV O_J
 rotate O_J
 $U_v = \text{Triple Product}(U_v, O_J)$
 $B = \text{Double Product}(S_d, U_v)$

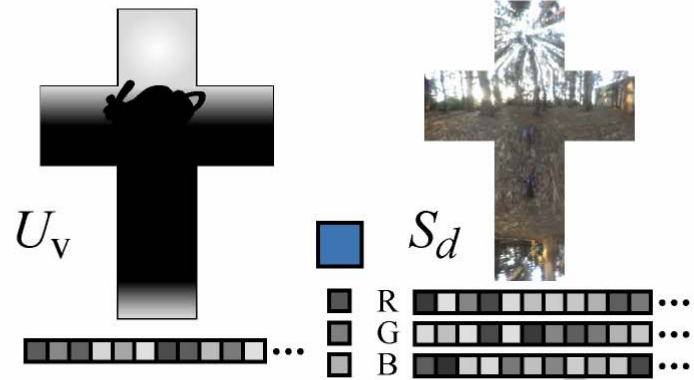
OCV: 遮蔽係数ベクトル

O_v : 自己遮蔽係数ベクトル U_v : 計算用ベクトル shadow fieldsを利用した輝度計算





3.PSF ~実行時の処理~



Double Product

```

For each entity I do
  For each visible vertex do
     $U_v = O_v$ 
    For each entity J do
      calculate OCV  $O_J$ 
      rotate  $O_J$ 
       $U_v = \text{Triple Product}(U_v, O_J)$ 
       $B = \text{Double Product}(S_d, U_v)$ 
  
```

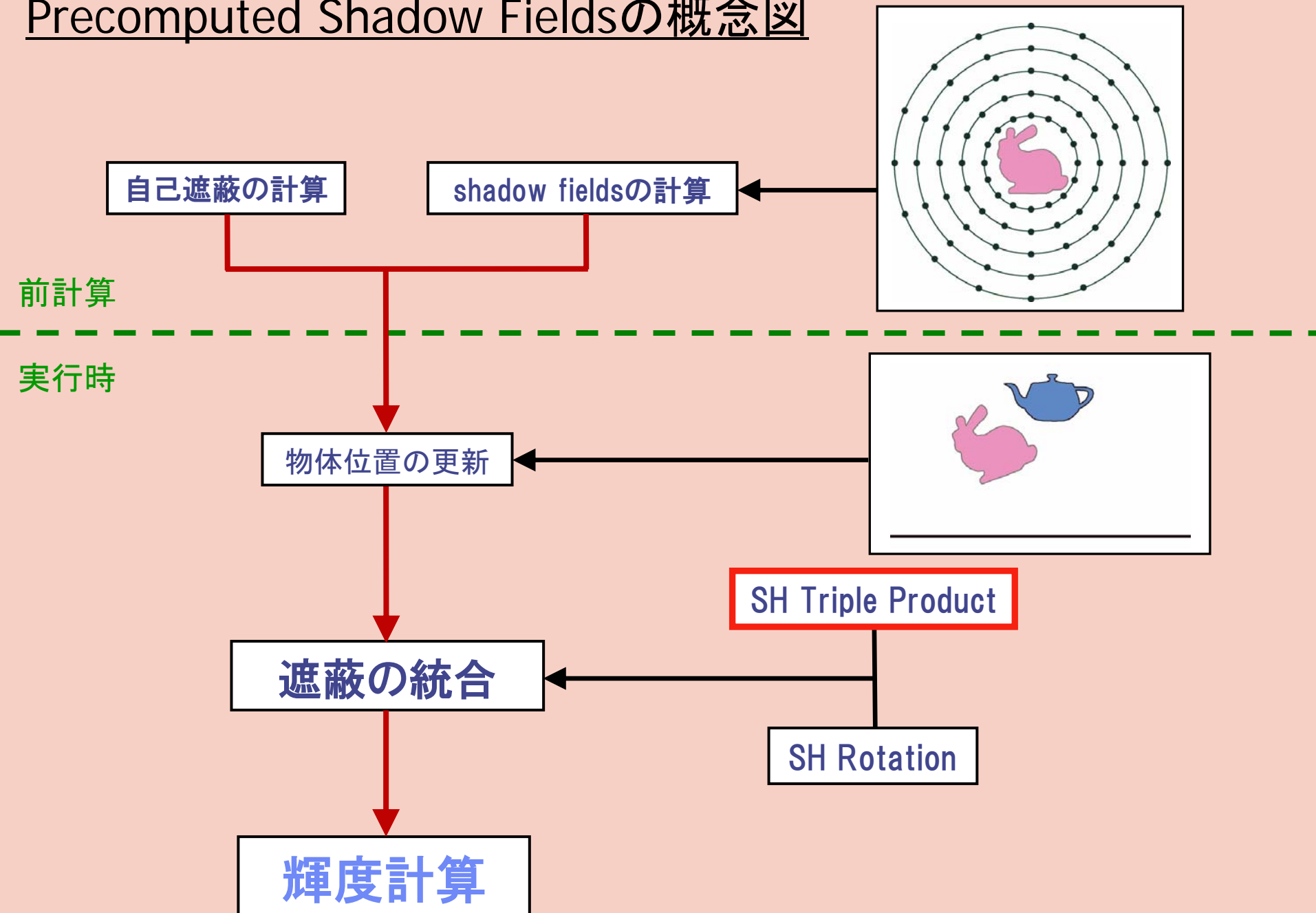


OCV: 遮蔽係数ベクトル

O_v : 自己遮蔽係数ベクトル U_v : 計算用ベクトル shadow fieldsを利用した輝度計算



Precomputed Shadow Fieldsの概念図





3.PSF ~SH Triple Product~

=

×



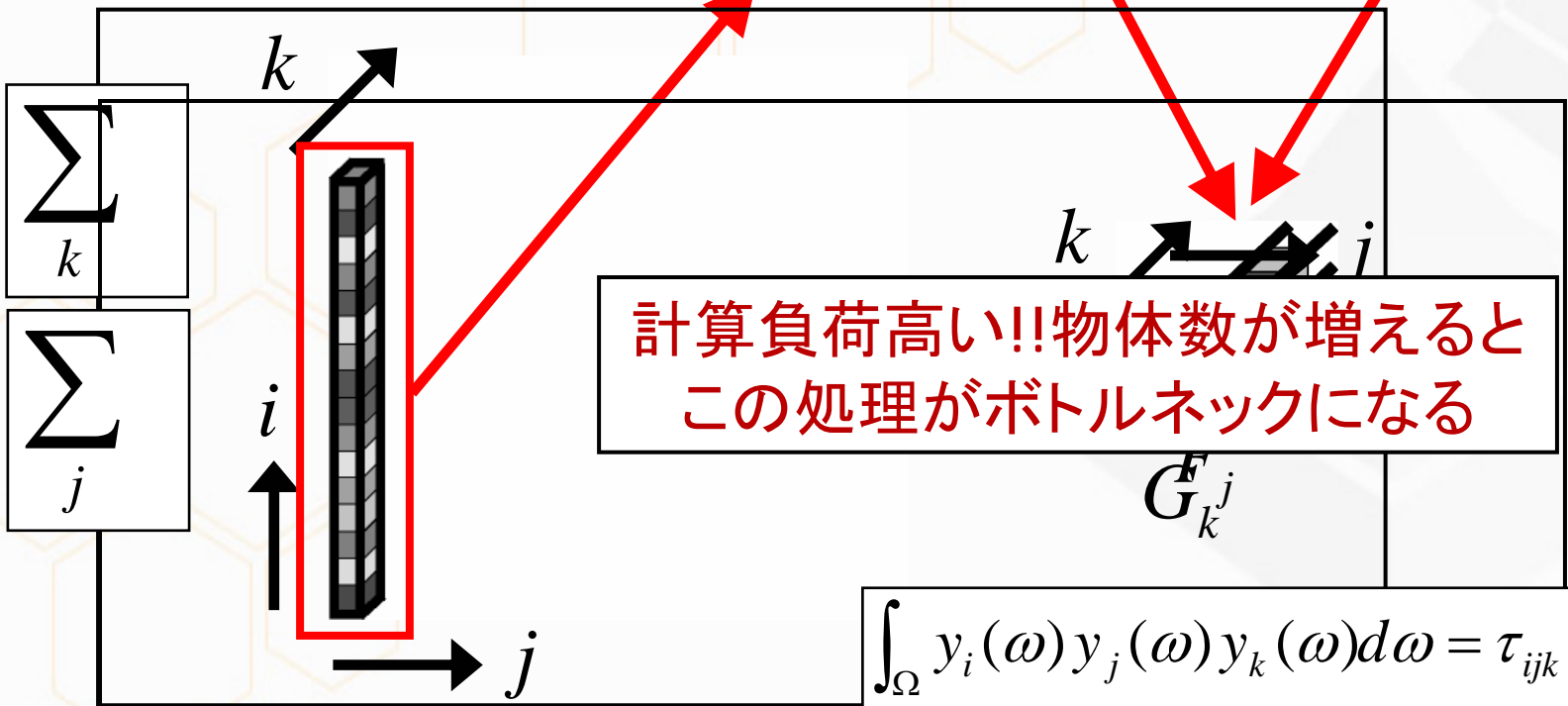
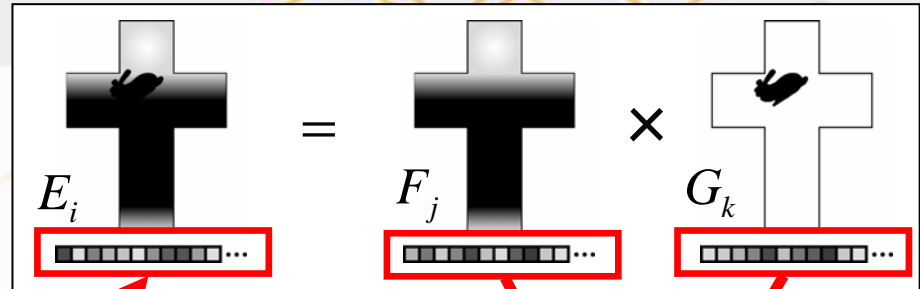
SH Triple Productとは??

情報(画像)と情報(画像)の掛け算を
係数ベクトルで直接行う計算



3.PSF ~SH Triple Product~

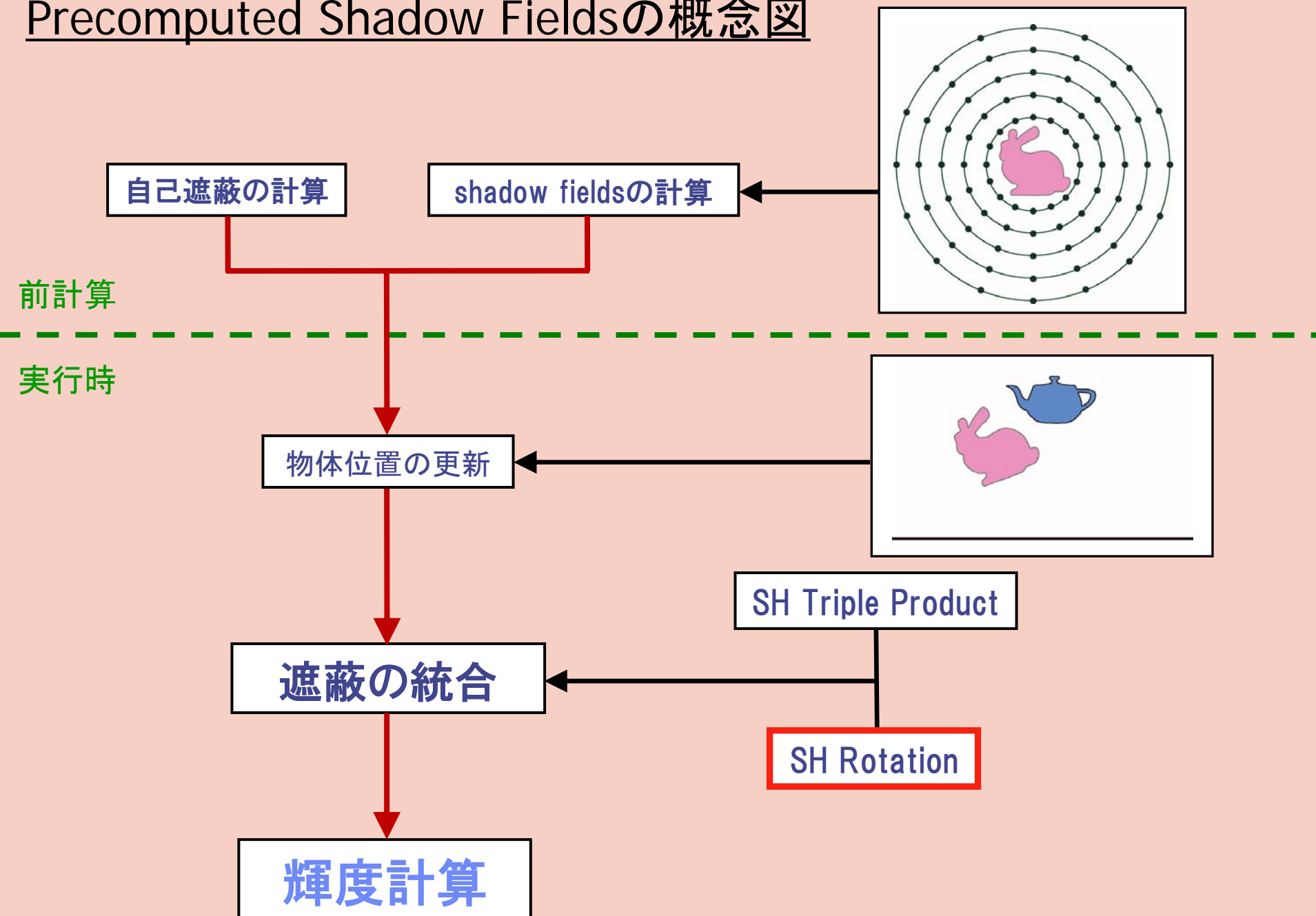
$$E_i = \sum_j \sum_k \tau_{ijk} F_j G_k$$



$$\int_{\Omega} y_i(\omega) y_j(\omega) y_k(\omega) d\omega = \tau_{ijk}$$

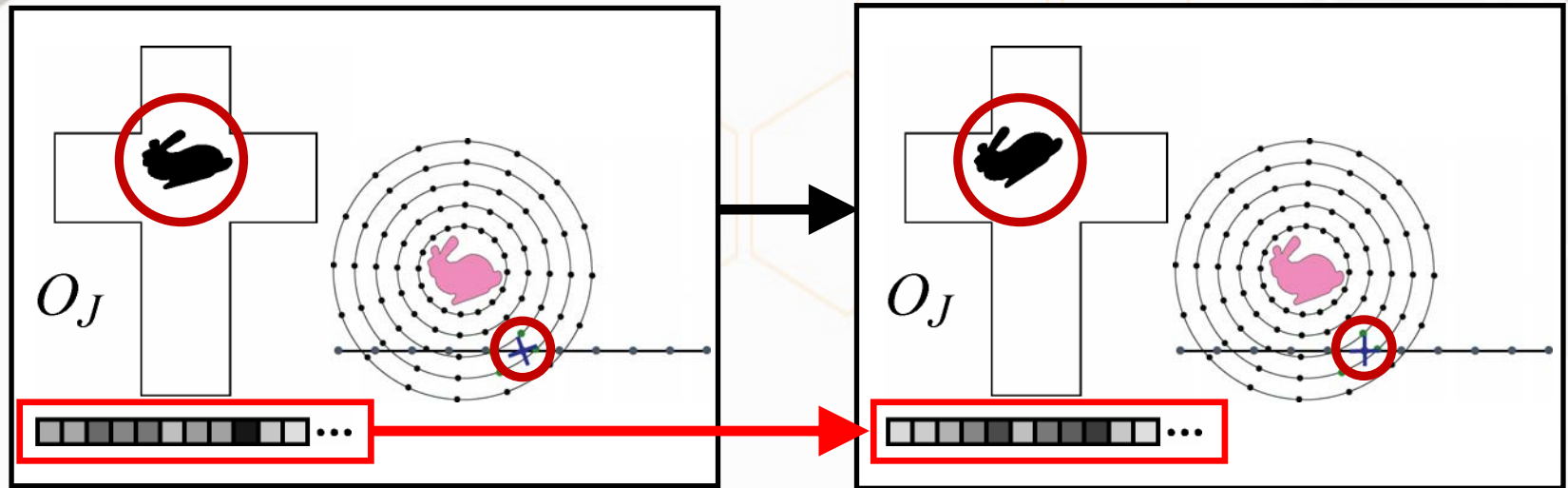
詳しい導出はAppendix Aを参照

Precomputed Shadow Fieldsの概念図





3.PSF ~SH Rotation~



SH Rotationとは??

情報(画像)の基準軸の回転を
係数ベクトル空間で直接行う計算



3.PSF ~SH Rotation~

- ◆ 任意の回転のSH Rotationは複雑
- ◆ ただし、SHはZ軸対称なのでZ軸中心の回転は容易

$$(Z軸回転後の係数ベクトル) = Z_{\alpha} \times (\text{回転前の係数ベクトル})$$

$$Z_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(2\alpha) & 0 & 0 & 0 & \sin(2\alpha) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(2\alpha) & 0 & 0 & 0 & \cos(2\alpha) \end{bmatrix}$$

Z軸回転用の回転行列 (3次の球面調和関数)





3.PSF ~SH Rotation~

◆ SHはZ軸対称なのでZ軸中心の回転は容易

→ 任意の回転を、**複数回のZ軸回転**の組み合わせに置き換え

$$R \Rightarrow Z_{\alpha} Y_{\beta} Z_{\gamma}$$

$$R \Rightarrow Z_{\alpha} X_{-90} Z_{\beta} X_{+90} Z_{\gamma}$$

X_{-90}, X_{+90} のSH Rotationは数値的に計算可能

ベクトルと**行列**の掛け算が**5回必要** → **計算負荷高い**

より詳しくは「Spherical Harmonic Lighting: The Gritty Details」参照

<http://www.research.scea.com/gdc2003/spherical-harmonic-lighting.html>





発表の流れ



3. Precomputed Shadow Fields (PSF)

1. 実装の要点

2. まとめ





3.PSF ～実装の要点～



◆ SH Triple Productの実装方法

「Code Generation and Factoring for Fast Evaluation of Low-order Spherical Harmonic Products and Squares」

◆ <http://research.microsoft.com/research/pubs/>
にて論文公開

◆ SH Rotationの実装方法

「Spherical Harmonic Lighting: The Gritty Details」

◆ <http://www.research.scea.com/gdc2003/spherical-harmonic-lighting.html> にて公開





発表の流れ



3. Precomputed Shadow Fields (PSF)

1. 実装の要点

2. まとめ

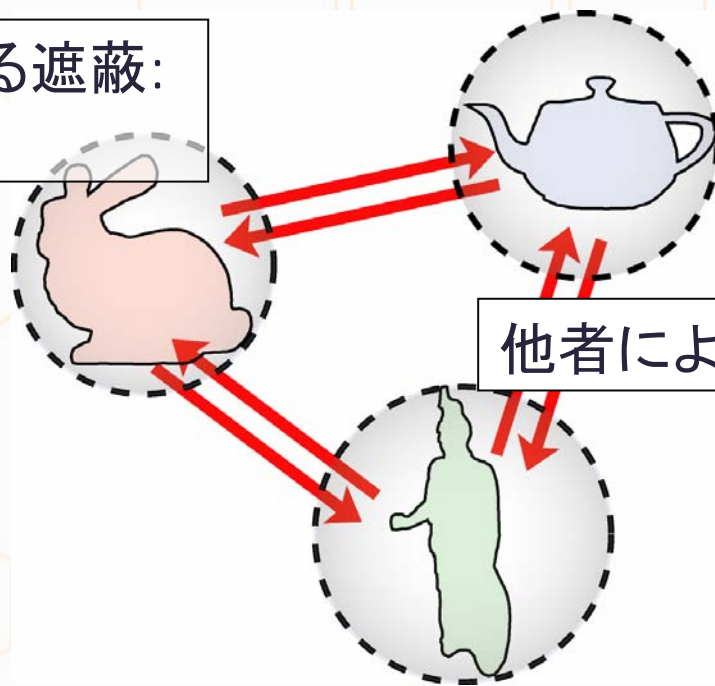




3.PSF ～まとめ～

- ◆ シーンを単一の物体として扱うから、移動不可能
→ シーンをいくつかの物体に分けて扱う

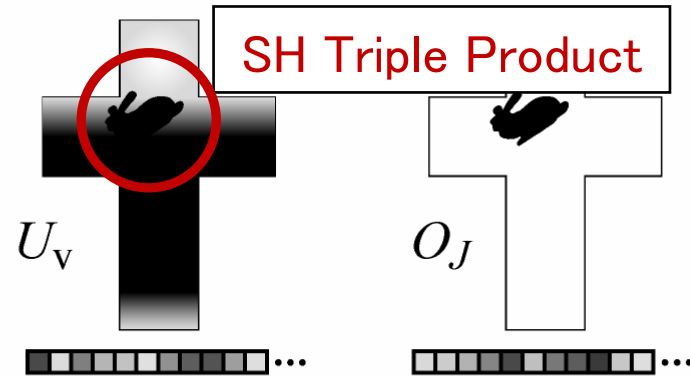
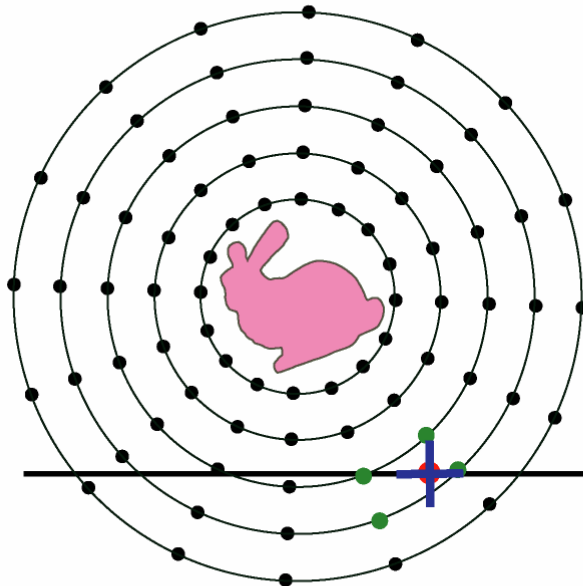
自分自身による遮蔽:
自己遮蔽



他者による遮蔽



3.PSF ~まとめ~



For each entity I do

For each visible vertex do

$$U_v = O_v$$

For each entity J do

calculate OCV O_J

rotate O_J

$$U_v = \text{Triple Product}(U_v, O_J)$$

$$B = \text{Double Product}(S_d, U_v)$$

OCV: 遮蔽係数ベクトル

O_v : 自己遮蔽係数ベクトル U_v : 計算用ベクトル shadow fieldsを利用した輝度計算





発表の流れ



◆発表構成

2節



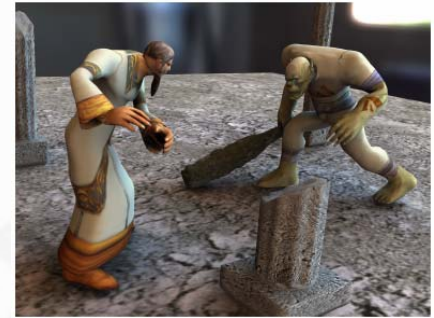
Static PRT

3節



Precomputed
Shadow Fields

4節



SH
Exponentiation



発表の流れ

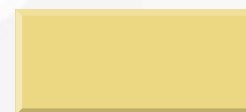
1.概要

2.Static PRTの復習

3.Precomputed Shadow Fields

4.SH Exponentiation (SHEXP)

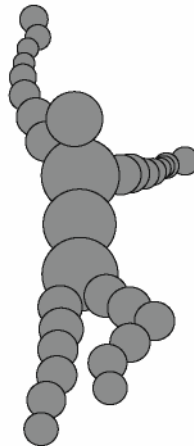
5.まとめ





4. SHEXP ～概要～

- ◆ 物体を一つの剛体として扱うと形状変形不可能
→ 物体を球の集合として扱う





4. SHEXP ～概要～

◆ 球近似の欠点

1. 物体の適切な球近似は、やや難しい問題

i.e. 「Variational Sphere Set Approximation for Solid Objects」

「Adaptive Medial-Axis Approximation for Sphere-Tree Construction」

2. 低周波近似しかできない

3. 物体数自体は増加 → Triple Productの回数が増加

→ SH Log演算・SH Exp演算を利用し、Triple Productを劇的に高速化

マジで超凄いです!!



4. SHEXP ～概要～

◆ 一般的なLog・Exp演算

$$G = g_1 \times g_2 \times g_3 \times \Lambda \times g_m$$

log(g) を用いると

$$F = \log(g_1) + \log(g_2) + \log(g_3) + \Lambda + \log(g_m)$$

$$G = \exp(F)$$

掛け算は、それぞれlogを取ると足し算に置き換えが可能



4. SHEXP ～概要～

◆ SH Log・Exp演算

\bar{g} を遮蔽情報を展開した係数ベクトル(OCV)とする

$$\bar{G} = \bar{g}_1 \times_{TP} \bar{g}_2 \times_{TP} \bar{g}_3 \times_{TP} \Lambda \times_{TP} \bar{g}_m$$

$\bar{g}_1 \times_{TP} \bar{g}_2$ は、 \bar{g}_1 と \bar{g}_2 の Triple Productを表す

$$\bar{F} = \log(\bar{g}_1) + \log(\bar{g}_2) + \log(\bar{g}_3) + \Lambda + \log(\bar{g}_m)$$

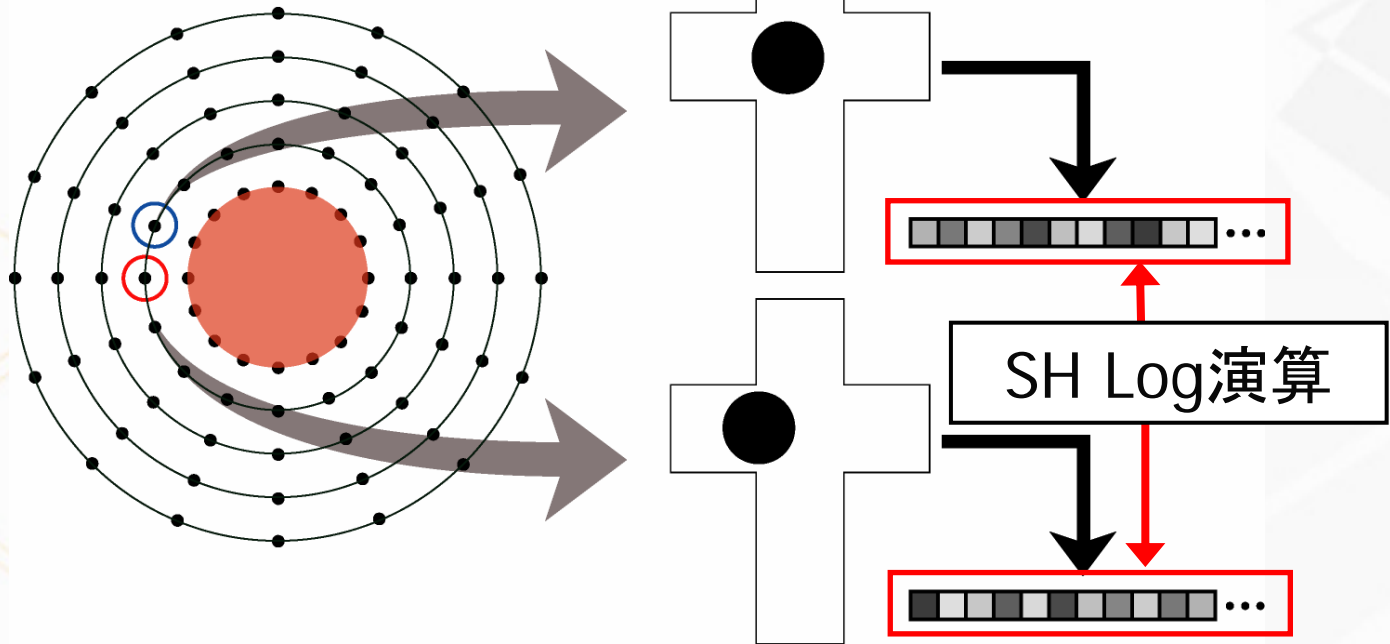
$$\bar{G} = \exp(\bar{F})$$

SH Log・SH Exp演算を定義できれば、
Triple Productは単純な足し算になる



4. SHEXP ~レンダリング概要~

◆ レンダリング概要 (前計算)



球のshadow fieldsの係数ベクトルを
SH Log空間で保存する!!



4. SHEXP ～レンダリング概要～



◆ レンダリング概要 (実行時)

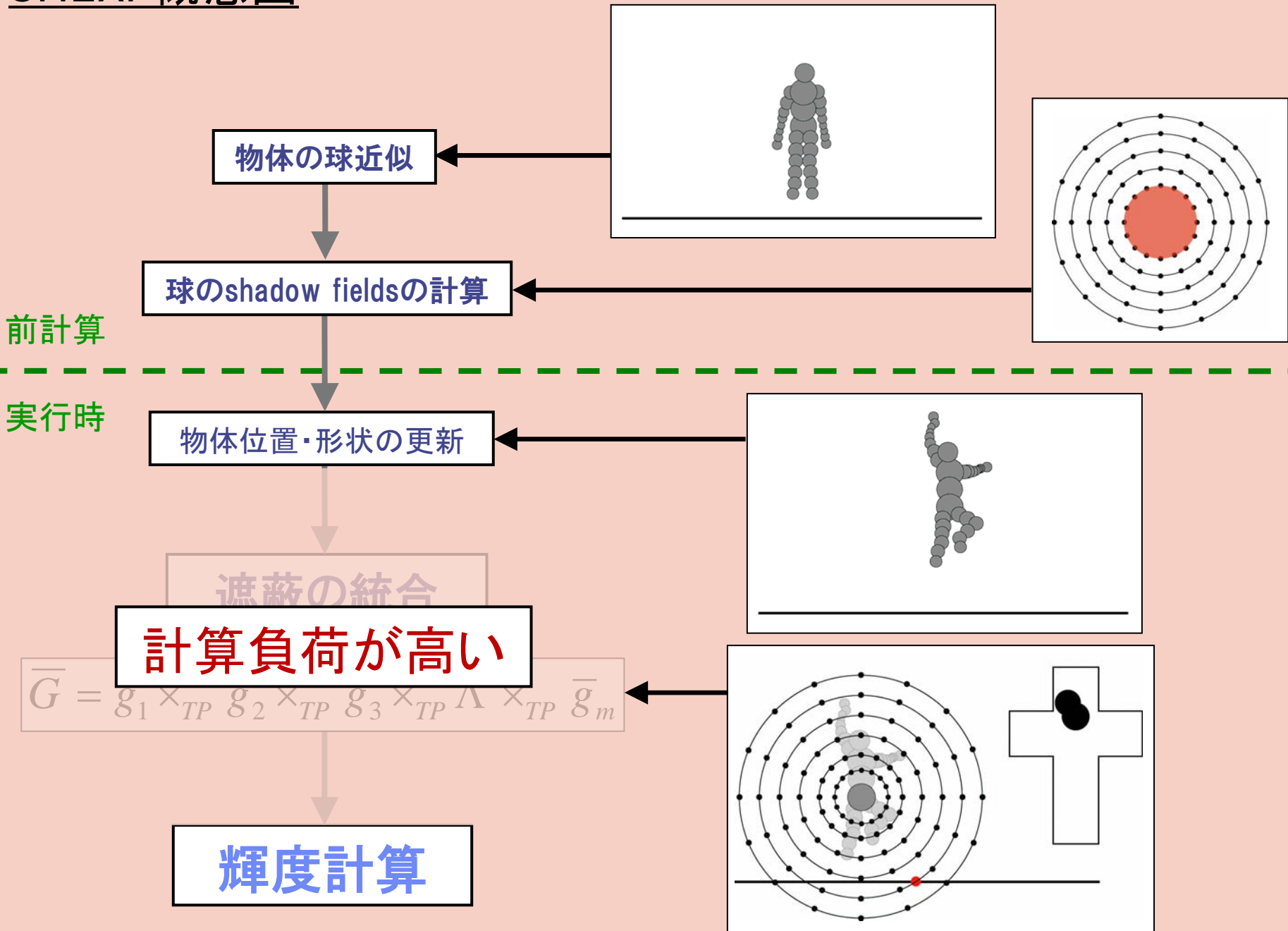
最後にSH Exp演算を行い, 通常空間に戻す



OCVをSH Log空間で保存することにより
遮蔽の統合をベクトル同士の足し算にできる!!



SHEXP概念図



SHEXP概念図

通常空間

SH Log空間

物体の球近似

球のshadow fieldsの計算

SH Log演算

SH Log空間の球のshadow fieldsの計算

前計算

実行時

物体位置・形状の更新

遮蔽

高速な処理が可能!!

遮蔽の統合

$$\bar{G} = \bar{g}_1 \times_{TP} \bar{g}_2 \times_{TP} \bar{g}_3 \times_{TP} \Lambda \times_{TP} \bar{g}_m$$

$$\bar{F} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \bar{f}_3 + \Lambda + \bar{f}_m$$

SH Exp演算

輝度計算

SHEXP概念図

通常空間

SH Log空間

物体の球近似

球のshadow fieldsの計算

SH Log演算

SH Log空間の球のshadow fieldsの計算

Log ZH係数テーブル

前計算

実行時

物体位置・形状の更新

遮蔽の統合

遮蔽の統合

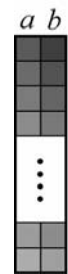
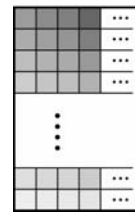
$$\bar{G} = \bar{g}_1 \times_{TP} \bar{g}_2 \times_{TP} \bar{g}_3 \times_{TP} \Lambda \times_{TP} \bar{g}_m$$

a,bテーブル

$$\bar{F} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \bar{f}_3 + \Lambda + \bar{f}_m$$

SH Exp演算

輝度計算





4. SHEXP ～物体の球近似～



「Variational Sphere Set Approximation for Solid Objects」
[Wang et al. PacificGraphics 2006]



- ◆ SH Exp用開発した手法
- ◆ <http://research.microsoft.com/users/kunzhou/>
にて論文公開

※論文より引用



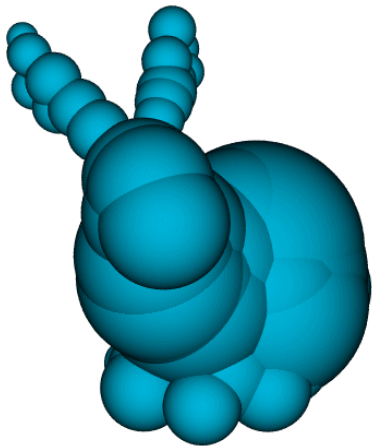


4. SHEXP ～物体の球近似～



「Adaptive Medial-Axis Approximation for Sphere-Tree Construction」

[Bradshaw et al. SIGGRAPH 2004]



※論文より引用

- ◆ 既存手法
- ◆ 近似効率は前論文に劣る
- ◆ <http://isg.cs.tcd.ie/sphere-tree/>
にて論文・デモ・ソース公開

自分はこの使いました・・・



SHEXP概念図

通常空間

SH Log空間

物体の球近似

球のshadow fieldsの計算

SH Log演算

SH Log空間の球の
shadow fieldsの計算

Log ZH係数テーブル

前計算

実行時

物体位置・形状の更新

遮蔽の統合

遮蔽の統合

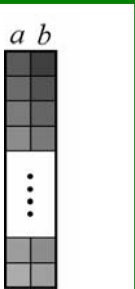
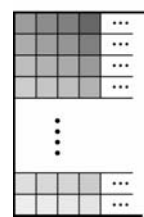
$$\bar{G} = \bar{g}_1 \times_{TP} \bar{g}_2 \times_{TP} \bar{g}_3 \times_{TP} \Lambda \times_{TP} \bar{g}_m$$

a,bテーブル

$$\bar{F} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \bar{f}_3 + \Lambda + \bar{f}_m$$

SH Exp演算

輝度計算





4. SHEXP ~球のshadow fields~

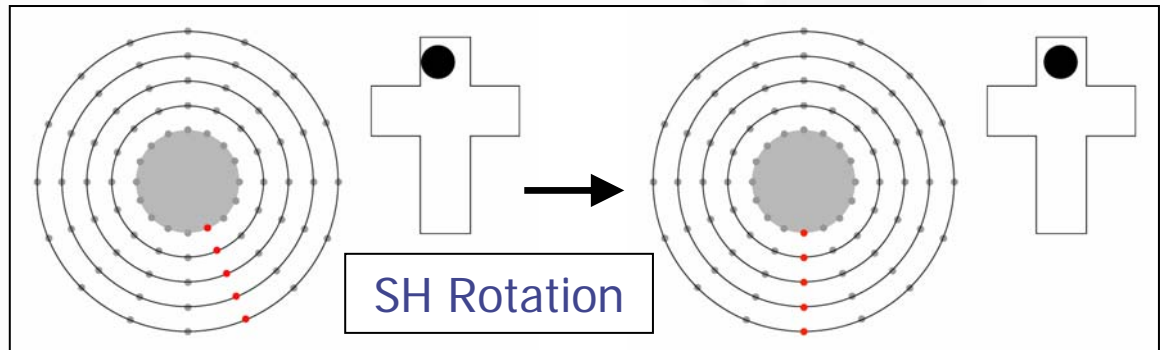
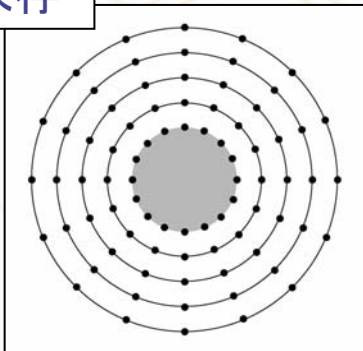


◆ 概要

球のshadow fieldsには3通りの選択肢が存在

全部保存		

全部保存



Zonal Harmonicsを採用





4. SHEXP ～球のshadow fields～



◆ Zonal Harmonicsの要点

1. 特殊な1方向で、Zonal Harmonics係数を計算

→ 1方向のみで係数を保持するので、メモリ消費量は少ない

2. 他の方向は、Zonal Harmonics係数を利用し計算

SH Rotation: ベクトルと行列の掛け算5回

Zonal Harmonics: ベクトルとベクトルの掛け算1回

→ 非常に高速



ただし、Zonal Harmonicsは“回転対称”な情報のみ適用可能





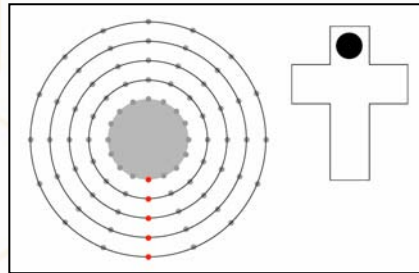
4. SHEXP ～球のshadow fields～

概要

Zonal Harmonics

制約: 回転対称な情報のみ適用可能

球のshadow fieldsの計算



制約をクリアー

球はどこから見ても回転対称



4. SHEXP ～球のshadow fields～



◆ Zonal Harmonicsの要点

1. 特殊な1方向で、Zonal Harmonics係数を計算

→ 1方向のみで係数を保持するので、メモリ消費量は少ない

2. 他の方向は、Zonal Harmonics係数を利用し計算

SH Rotation: ベクトルと行列の掛け算5回

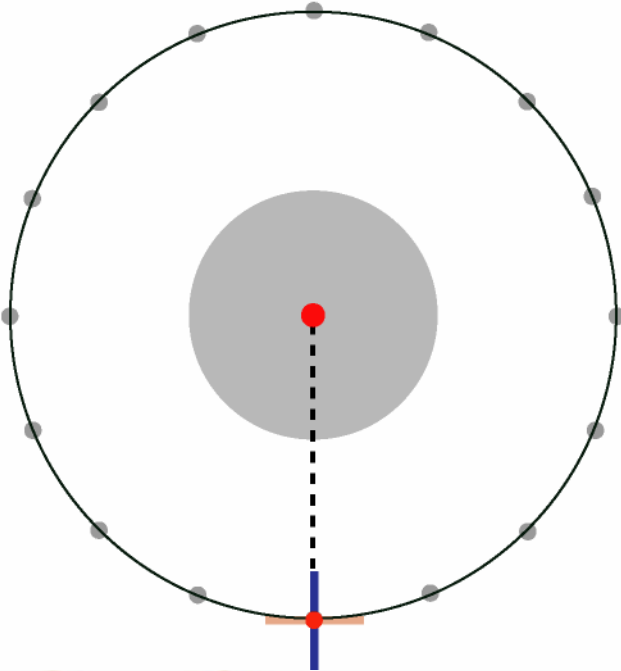
Zonal Harmonics: ベクトルとベクトルの掛け算1回





4. SHEXP ～球のshadow fields～

- ◆ Zonal Harmonics(特殊な1方向の決定)
物体の中心とサンプル点の距離は一定と仮定



特殊な1方向とは？

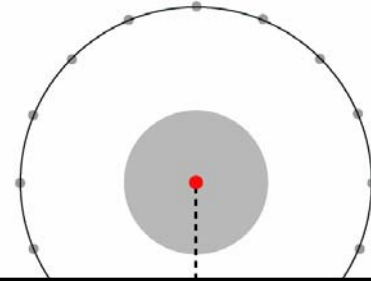
回転対称軸とサンプル座標系の
の+Z軸が一致する特殊な方向

回転対称軸とサンプル座標系の+Z軸
が一致する点が1点のみ存在



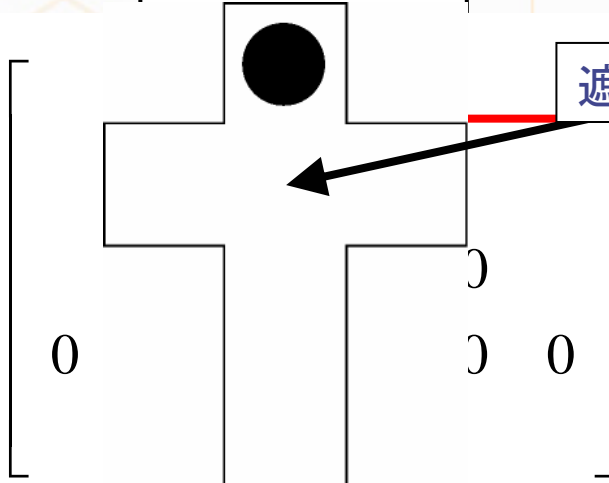
4. SHEXP ~球のshadow fields~

Zonal Harmonics係数の計算



取得した遮蔽情報を
球面調和関数で近似

Zonal Harmonics係数



遮蔽情報を取得

$$\begin{matrix}
 \bar{g}_0^0 \\
 \bar{g}_1^0 \\
 \bar{g}_2^0 \\
 \bar{g}_3^0 \\
 M
 \end{matrix}
 \times
 \begin{matrix}
 \sqrt{4\pi/1} \\
 \sqrt{4\pi/3} \\
 \sqrt{4\pi/5} \\
 \sqrt{4\pi/7} \\
 M
 \end{matrix}$$

補正係数

$$= \begin{matrix}
 \bar{g}_0^0 \\
 \bar{g}_1^0 \\
 \bar{g}_2^0 \\
 \bar{g}_3^0 \\
 M
 \end{matrix}$$

\bar{g}'_z と表記



4. SHEXP ～球のshadow fields～



◆ Zonal Harmonicsの要点

1. 特殊な1方向で、Zonal Harmonics係数を計算

→ 1方向のみで係数を保持するので、メモリ消費量は少ない

2. 他の方向は、Zonal Harmonics係数を利用し計算

SH Rotation: ベクトルと行列の掛け算5回

Zonal Harmonics: ベクトルとベクトルの掛け算1回

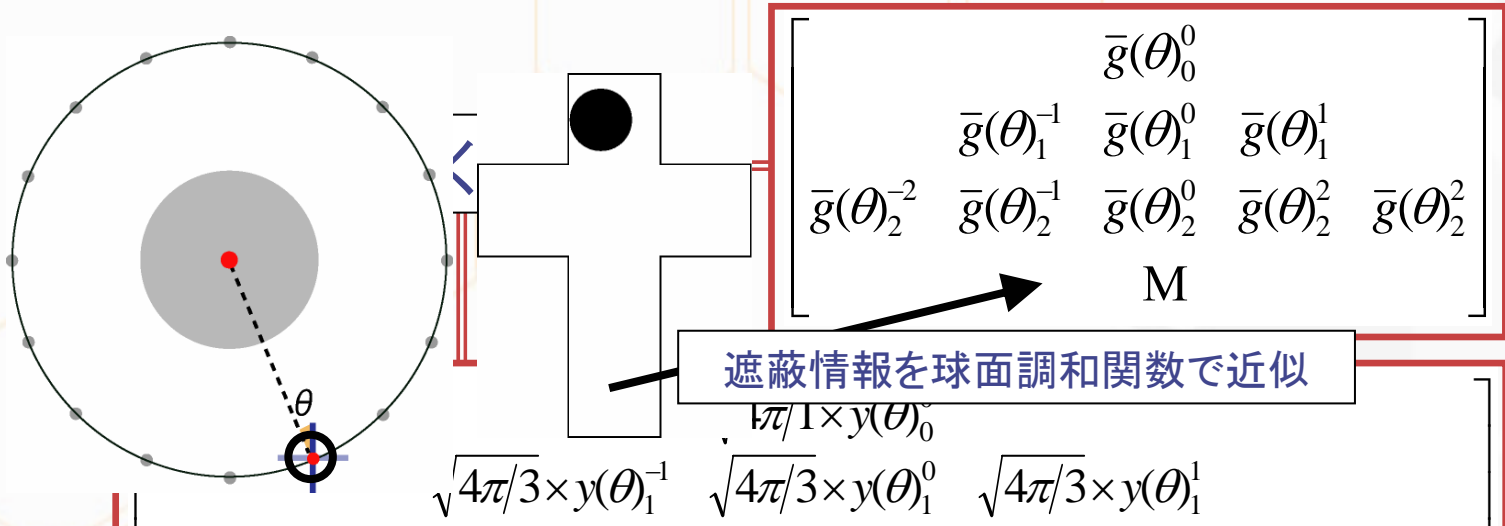




4. SHEXP ~ 球のshadow fields ~

◆ 任意の方向の遮蔽係数ベクトルの計算

回転中心軸とサンプル座標系の+Z軸と成す角が θ と仮定



この $g(\theta)$ を、Zonal Harmonics係数と球面調和関数から計算する

$g(\theta)$ を、Zonal Harmonics係数と球面調和関数から計算



4. SHEXP ～球のshadow fields～

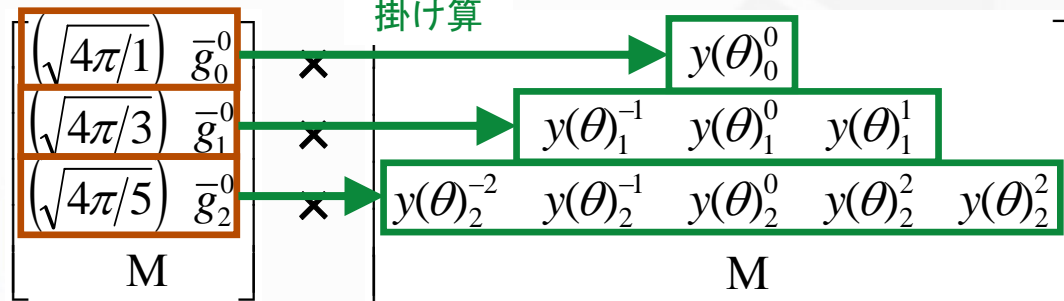


◆ 任意の方向の遮蔽係数ベクトルの計算

回転中心軸とサンプル座標系の+Z軸と成す角が θ と仮定

$$\bar{g}(\theta)_l^m = (\bar{g}'_z)_l y(\theta)_l^m$$

$$\begin{bmatrix} \bar{g}(\theta)_0^0 \\ \bar{g}(\theta)_1^{-1} & \bar{g}(\theta)_1^0 & \bar{g}(\theta)_1^1 \\ \bar{g}(\theta)_2^{-2} & \bar{g}(\theta)_2^{-1} & \bar{g}(\theta)_2^0 & \bar{g}(\theta)_2^1 & \bar{g}(\theta)_2^2 \\ M \end{bmatrix}$$



\bar{g}'_z と表記





4. SHEXP ～球のshadow fields～

概要

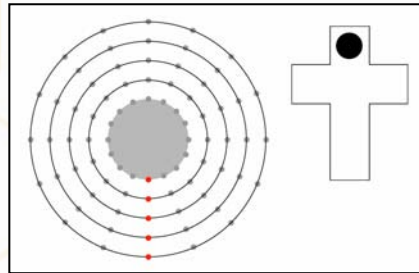
Zonal Harmonics

制約: 回転対称な情報のみ適用可能

球のshadow fieldsの計算

制約をクリアー

球はどこから見ても回転対称





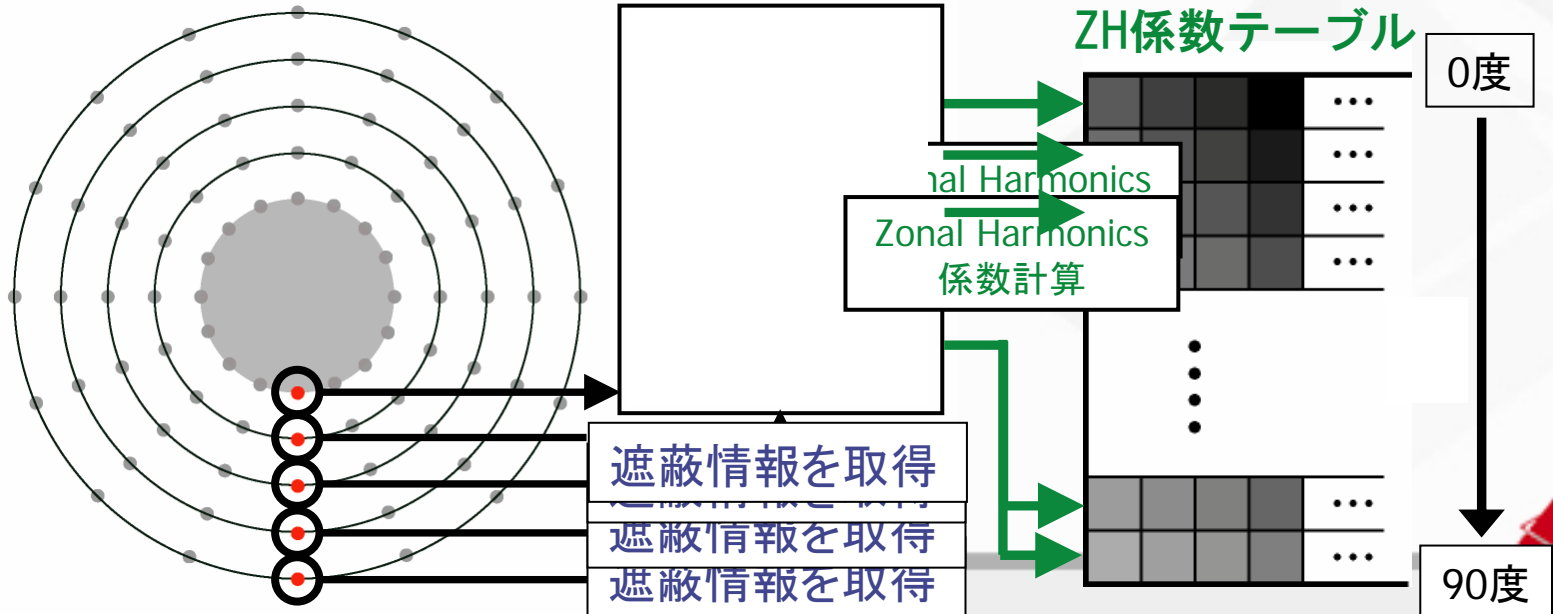
4. SHEXP ～球のshadow fields～



◆ 球のshadow fieldsの計算

物体の中心とサンプル点の距離が一定ならば、Zonal Harmonicsが利用可能

→ 一定距離毎にZonal Harmonics係数を計算し**テーブル化**



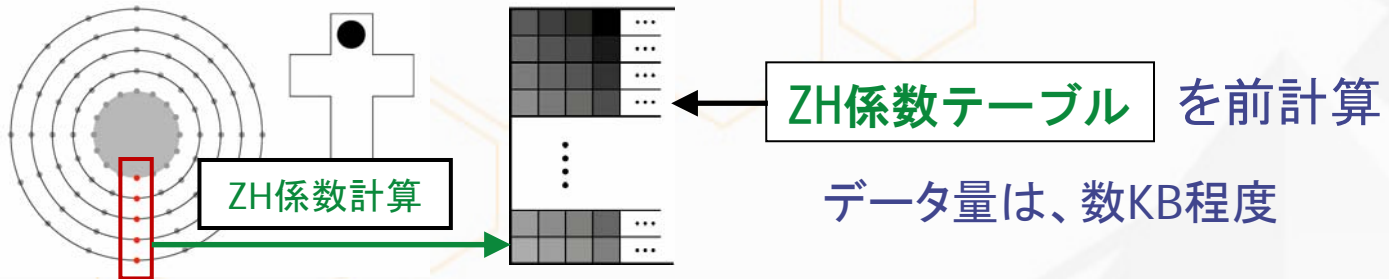


4. SHEXP ～球のshadow fields～

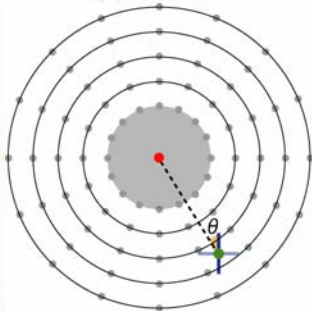


◆ 球のshadow fieldsのまとめ

1. 特殊な1方向で、Zonal Harmonics係数を計算



2. 他の方向は、Zonal Harmonics係数を利用し計算



1. 現在の距離に応じたZH係数をテーブルより取得

2. ZH係数ベクトルと球面調和関数ベクトルを掛け算

$$\bar{g}(\theta)_l^m = \left(\bar{g}'_z \right)_l \left| y(\theta)_l^m \right.$$



SHEXP概念図

通常空間

SH Log空間

物体の球近似

球のshadow fieldsの計算

SH Log演算

SH Log空間の球のshadow fieldsの計算

Log ZH係数テーブル

前計算

実行時

物体位置・形状の更新

遮蔽の統合

遮蔽の統合

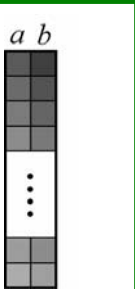
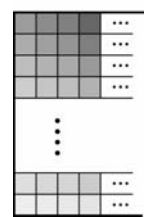
$$\bar{G} = \bar{g}_1 \times_{TP} \bar{g}_2 \times_{TP} \bar{g}_3 \times_{TP} \Lambda \times_{TP} \bar{g}_m$$

a,bテーブル

$$\bar{F} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \bar{f}_3 + \Lambda + \bar{f}_m$$

SH Exp演算

輝度計算





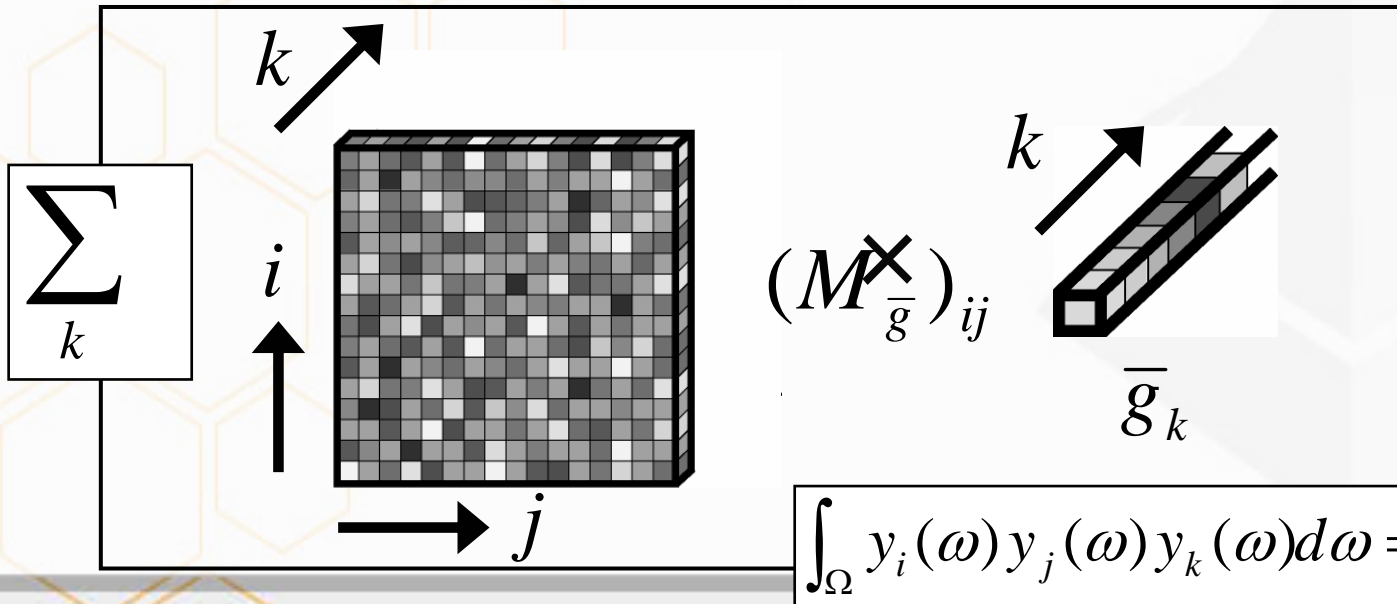
4. SHEXP ~SH Log演算~

◆ SH Log演算

詳しい導出はAppendix B,Cを参照

遮蔽係数ベクトル \bar{g} が与えられたとき $\log(\bar{g})$ を求める

1. $(M_{\bar{g}})_{ij} = \sum_k \tau_{ijk} \bar{g}_k$ を計算





4. SHEXP ~SH Log演算~

◆ SH Log演算

SH Log演算、SH Exp演算

重要!!

$\log(M_{\bar{g}})$ 、 $\exp(M_{\bar{g}})$ の計算

重要!!

$(M_{\bar{g}})^p$ の計算



4. SHEXP ~SH Log演算~

◆ SH Log演算

詳しい導出はAppendix B,Cを参照

遮蔽係数ベクトル \bar{g} が与えられたとき $\log(\bar{g})$ を求める

$$(M_{\bar{g}})_{ij} = \sum_k \tau_{ijk} \bar{g}_k$$

2. $M_{\bar{g}}$ を対角化し、直交行列 $R_{\bar{g}}$ と対角行列 $D_{\bar{g}}$ を計算

$$M_{\bar{g}} = R_{\bar{g}} \times D_{\bar{g}} \times R_{\bar{g}}^T$$

$$M_{\bar{g}} = \begin{bmatrix} (R_{\bar{g}})_{1,1} & (R_{\bar{g}})_{1,2} & \Lambda & (R_{\bar{g}})_{1,N} \\ (R_{\bar{g}})_{2,1} & (R_{\bar{g}})_{2,2} & \Lambda & (R_{\bar{g}})_{2,N} \\ M & M & O & M \\ (R_{\bar{g}})_{N,1} & (R_{\bar{g}})_{N,2} & \Lambda & (R_{\bar{g}})_{N,N} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (D_{\bar{g}})_{1,1} & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & (D_{\bar{g}})_{2,2} & \Lambda & 0 \\ M & M & O & M \\ 0 & 0 & \Lambda & (D_{\bar{g}})_{N,N} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (R_{\bar{g}})_{1,1} & (R_{\bar{g}})_{2,1} & \Lambda & (R_{\bar{g}})_{N,1} \\ (R_{\bar{g}})_{1,2} & (R_{\bar{g}})_{2,2} & \Lambda & (R_{\bar{g}})_{N,2} \\ M & M & O & M \\ (R_{\bar{g}})_{1,N} & (R_{\bar{g}})_{2,N} & \Lambda & (R_{\bar{g}})_{N,N} \end{bmatrix}$$



4. SHEXP ~SH Log演算~

◆ SH Log演算

SH Log演算、SH Exp演算

重要!!

$\log(M_{\bar{g}})$ 、 $\exp(M_{\bar{g}})$ の計算

重要!!

$(M_{\bar{g}})^p$ の計算

$$M_{\bar{g}} = R_{\bar{g}} \times D_{\bar{g}} \times R_{\bar{g}}^T$$

要点: 対角行列の各成分にexp演算、log演算を変形した特殊な演算を施す

要点: 対角行列の各成分にlog演算exp演算を行う

$$\exp(M_{\bar{g}}) = (R_{\bar{g}} \times \exp(D_{\bar{g}}) \times R_{\bar{g}}^T)$$

要点: 対角行列の各成分を p 乗

$$(M_{\bar{g}})^p = (R_{\bar{g}} \times (D_{\bar{g}})^p \times R_{\bar{g}}^T)$$



4. SHEXP ~SH Log演算~

◆ SH Log演算

詳しい導出はAppendix B,Cを参照

遮蔽係数ベクトル \bar{g} が与えられたとき $\log(\bar{g})$ を求める

$$(M_{\bar{g}})_{ij} = \sum_k \tau_{ijk} \bar{g}_k \quad M_{\bar{g}} = R_{\bar{g}} \times D_{\bar{g}} \times R_{\bar{g}}^T$$

3. 対角行列 $D_{\bar{g}}$ の各要素に $q'(x)$ を作用させ下式を計算

$$\log(\bar{g}) = R_{\bar{g}} \boxed{q'}(D_{\bar{g}}) R_{\bar{g}}^T (\bar{g} - \boxed{\bar{1}})$$

$$\boxed{q'(x) = \frac{\log(x)}{x-1}}$$

ただし $\bar{1} = (\sqrt{4\pi}, 0, 0, \Lambda)$

SHEXP概念図

通常空間

SH Log空間

物体の球近似

球のshadow fieldsの計算

SH Log演算

SH Log空間の球の
shadow fieldsの計算

Log ZH係数テーブル

前計算

実行時

物体位置・形状の更新

遮蔽の統合

遮蔽の統合

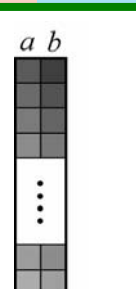
$$\bar{G} = \bar{g}_1 \times_{TP} \bar{g}_2 \times_{TP} \bar{g}_3 \times_{TP} \Lambda \times_{TP} \bar{g}_m$$

a,bテーブル

$$\bar{F} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \bar{f}_3 + \Lambda + \bar{f}_m$$

SH Exp演算

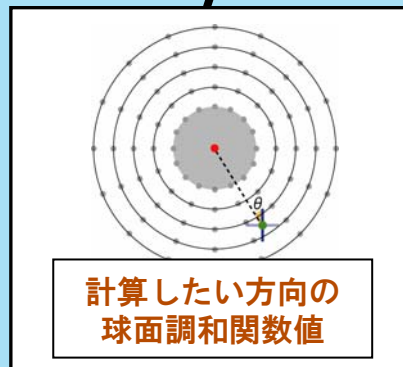
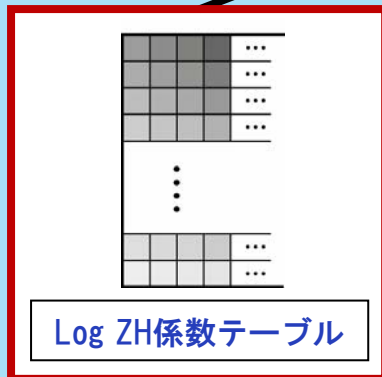
輝度計算



SH Log空間の球のshadow fieldsの概念図

SH Log空間

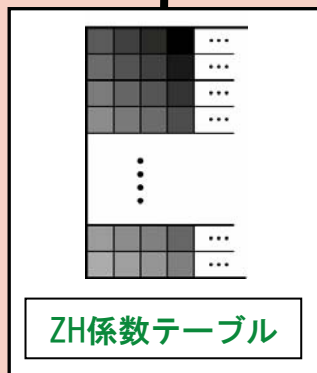
$$\log(\bar{g}(\theta)_l^m) = \boxed{?} \quad \boxed{?}$$



SH Log演算

$$\bar{g}(\theta)_l^m = (\bar{g}'_z)_l y(\theta)_l^m$$

通常空間



SHEXP概念図

通常空間

SH Log空間

物体の球近似

球のshadow fieldsの計算

SH Log演算

SH Log空間の球のshadow fieldsの計算

Log ZH係数テーブル

前計算

実行時

物体位置・形状の更新

遮蔽の統合

遮蔽の統合

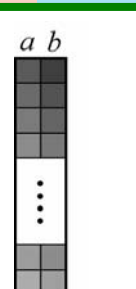
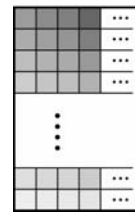
$$\bar{G} = \bar{g}_1 \times_{TP} \bar{g}_2 \times_{TP} \bar{g}_3 \times_{TP} \Lambda \times_{TP} \bar{g}_m$$

a,bテーブル

$$\bar{F} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \bar{f}_3 + \Lambda + \bar{f}_m$$

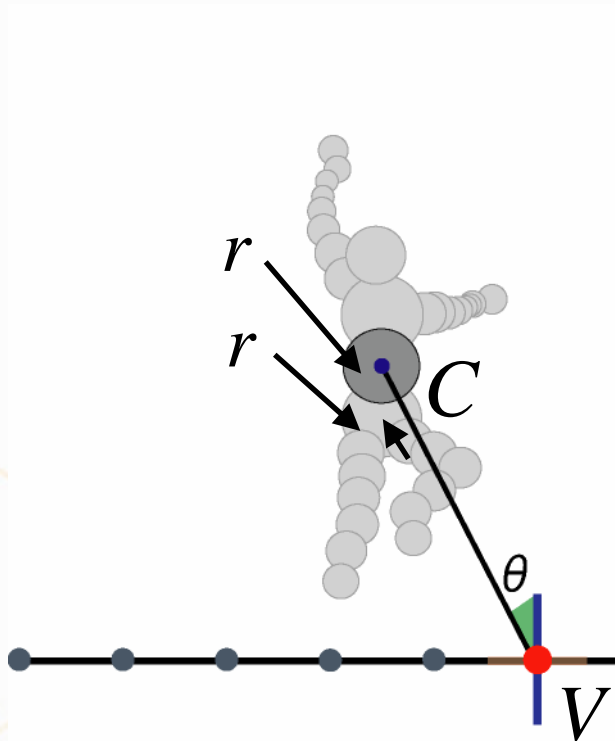
SH Exp演算

輝度計算





4. SHEXP ～遮蔽の統合～



$$\mu_V = C - V$$

$$\theta_s = \arcsin\left(\frac{r}{|\mu_V|}\right)$$

■	...
■	...
■	...
■	...
...	
■	...
■	...

Log ZH係数テーブル

現在の θ_s に対する $\log(\bar{g}'_z)$ の値を
テーブルより取得

$$\bar{f} = \log(\bar{g}'_z) y(\theta)$$

この処理を全部の球で繰り返す

$$\bar{F} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \Lambda$$



SHEXP概念図

通常空間

SH Log空間

物体の球近似

球のshadow fieldsの計算

SH Log演算

SH Log空間の球の
shadow fieldsの計算

Log ZH係数テーブル

前計算

実行時

物体位置・形状の更新

遮蔽の統合

遮蔽の統合

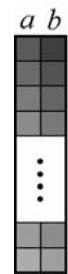
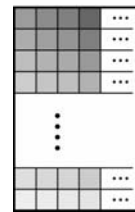
$$\bar{G} = \bar{g}_1 \times_{TP} \bar{g}_2 \times_{TP} \bar{g}_3 \times_{TP} \Lambda \times_{TP} \bar{g}_m$$

a,bテーブル

$$\bar{F} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \bar{f}_3 + \Lambda + \bar{f}_m$$

SH Exp演算

輝度計算





4. SHEXP ~SH Exp演算~

◆ SH Exp演算

$$\exp(\bar{F}) = \bar{1} + \bar{F} + \frac{\bar{F}^2}{2!} + \frac{\bar{F}^3}{3!} + \frac{\bar{F}^4}{4!} + \Lambda$$

SH Exp演算は実行時に利用 → 高速に計算したい

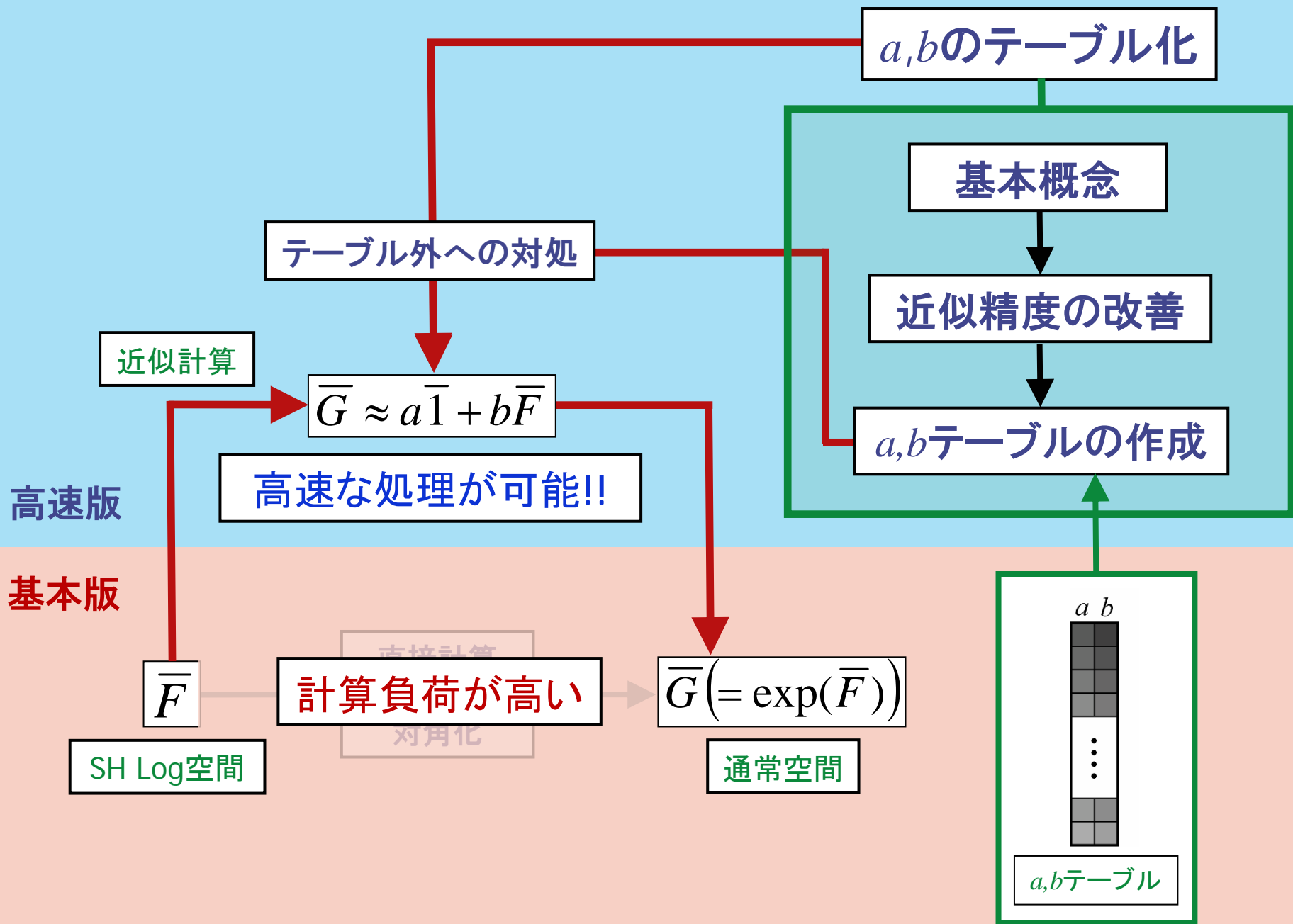
負荷の原因: $\bar{F}^2, \bar{F}^3, \bar{F}^4, \Lambda$ の計算が重い

最初の二項(線形項)のみで何とか近似できないか?

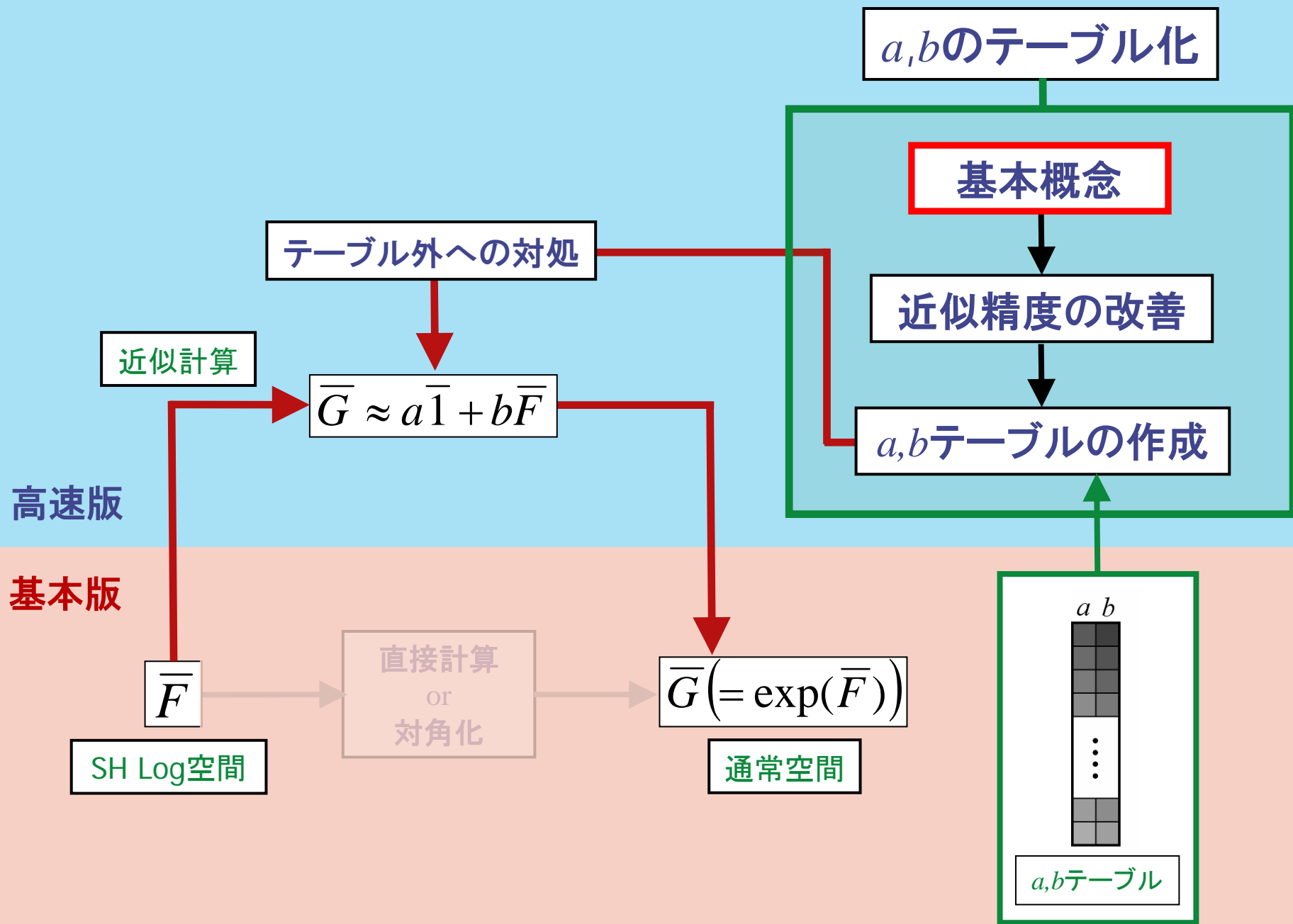
$$\exp(\bar{F}) \approx a\bar{1} + b\bar{F} \quad \text{ただし } \bar{1} = (\sqrt{4\pi}, 0, 0, \Lambda)$$

二項の重み付き線形和で近似する

SH Exp演算の概念図



SH Exp演算の概念図





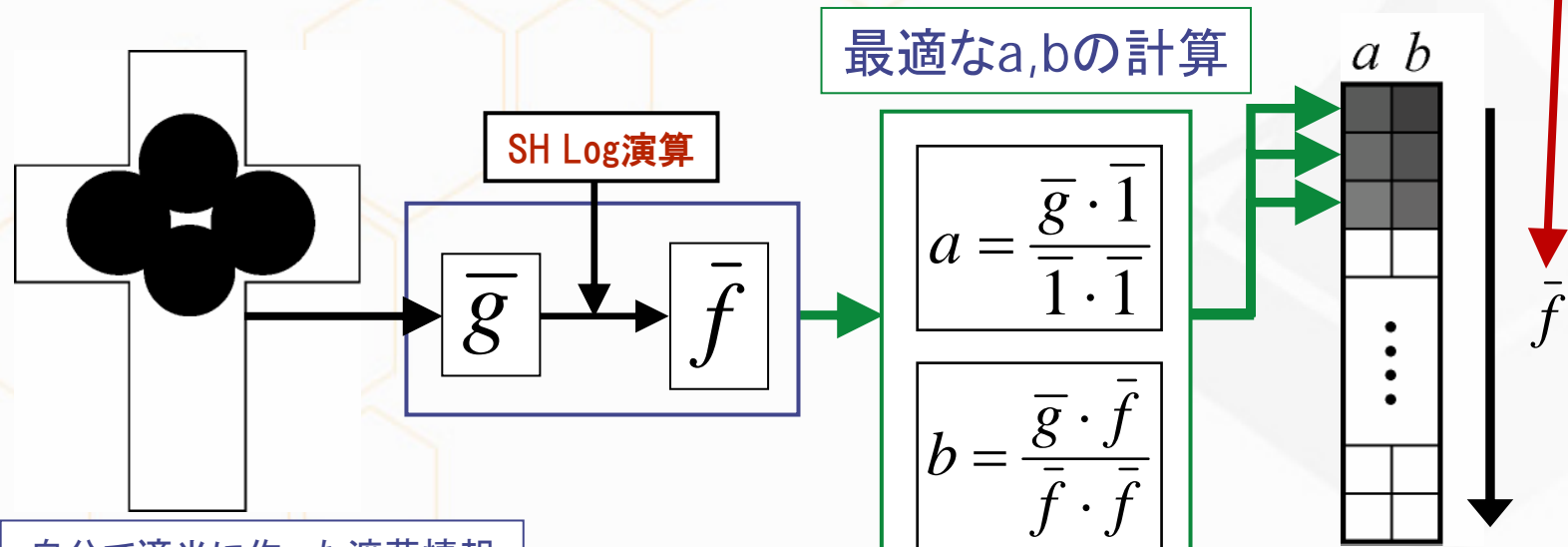
4. SHEXP ~SH Exp(高速版)~

◆ a,bテーブルの作成(概念)

$$\exp(\bar{f}) \approx a\bar{1} + b\bar{f}$$

要点1: 遮蔽情報をいくつか自分で作成し、SH Log変換

要点2: 最適な近似を与えるa,bを計算しテーブル化



組み合わせ数が膨大 → 直接使えない

テーブル



4. SHEXP ~SH Exp(高速版)~

◆ a, b テーブルの作成の改良

遮蔽情報の組み合わせは無数に存在

→ \bar{f} 毎に a, b をテーブル化するのは非現実的

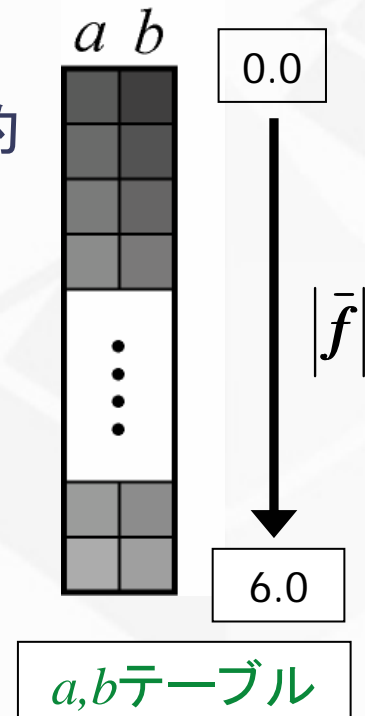
妥協案:

✓ \bar{f} ではなく $|\bar{f}|$ でテーブル化

→ \bar{f} が異なっても $|\bar{f}|$ が同一なら同じ a, b を利用

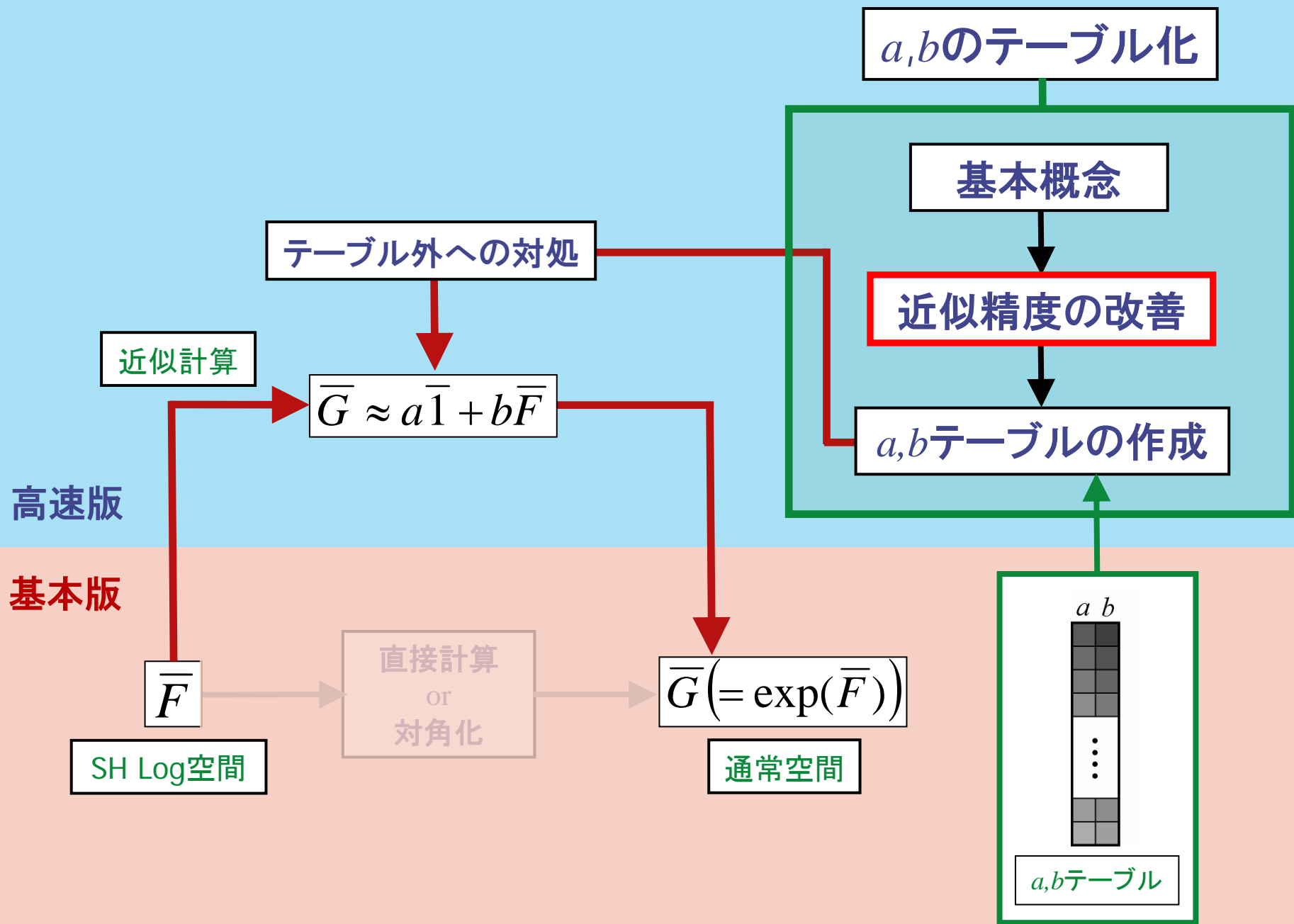
→ 組み合わせ数の削減

✓ テーブルの上限、下限を設定



現実的にテーブルを作成可能

SH Exp演算の概念図





4. SHEXP ~SH Exp(高速版)~

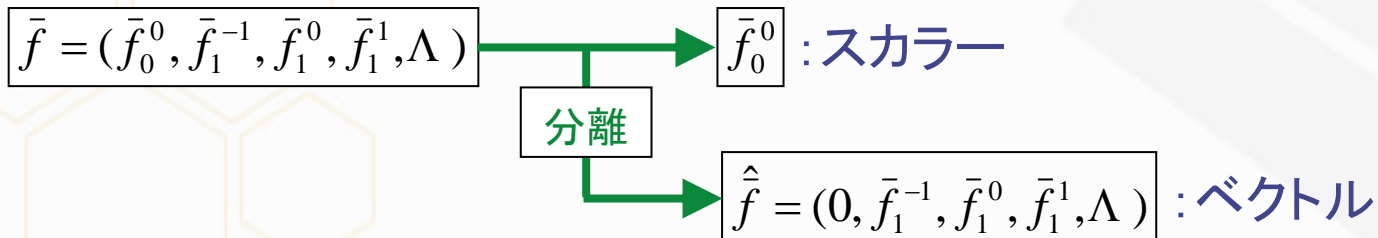
◆ a, b テーブルの近似精度の改善

→ DC Isolation (直流成分の分離)

$$\bar{f} = (\bar{f}_0^0, \bar{f}_1^{-1}, \bar{f}_1^0, \bar{f}_1^1, \Lambda)$$

の各ベクトル要素うち、絶対値が大きいのは最初の要素(平均値成分、直流成分)である

→ 1番目の要素とそれ以外の要素で別計算





4. SHEXP ~SH Exp(高速版)~

◆ a, b テーブルの近似精度の改善

$$\bar{f} = (\bar{f}_0^0, \bar{f}_1^{-1}, \bar{f}_1^0, \bar{f}_1^1, \Lambda)$$

分離

$$\bar{f}_0^0 : \text{スカラー}$$

$$\hat{f} = (0, \bar{f}_1^{-1}, \bar{f}_1^0, \bar{f}_1^1, \Lambda) : \text{ベクトル}$$

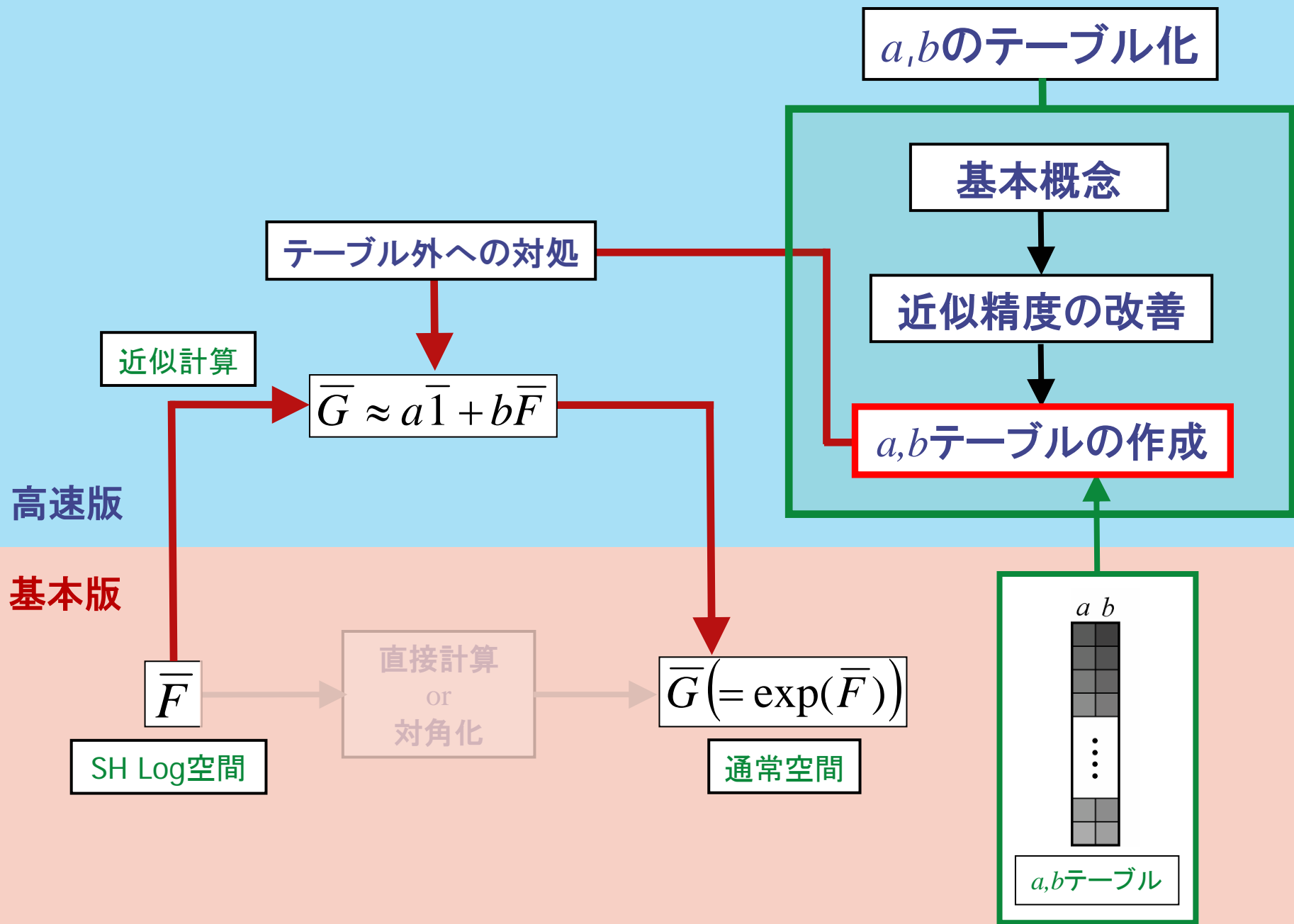
$$\exp(\bar{f}) \approx \exp\left(\frac{\bar{f}_0^0}{\sqrt{4\pi}}\right) \exp(\hat{f})$$

スカラーなので
計算は容易

こちらを a, b テーブル化

直流成分を分離して計算することで、精度を改善

SH Exp演算の概念図



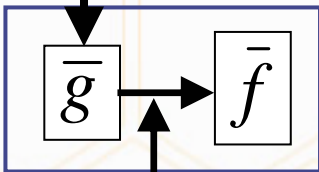
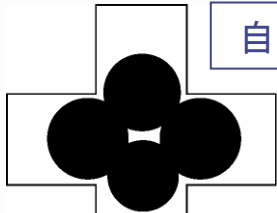


4. SHEXP ~SH Exp(高速版)~

◆ a,bテーブルの作成(前計算)

$$\exp(\bar{f}) \approx a\bar{1} + b\bar{f}$$

自分で適当に作った遮蔽情報



SH Log演算

$$\hat{f} = (0, \bar{f}_1^{-1}, \bar{f}_1^0, \bar{f}_1^1, \Lambda)$$

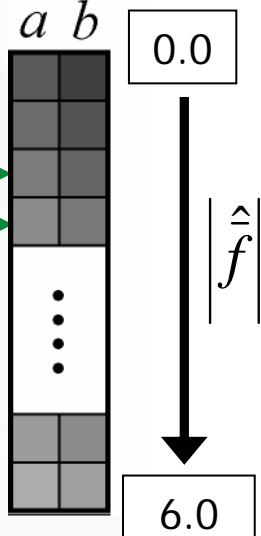
$$\hat{g} = \exp\left(-\frac{\bar{f}_0^0}{\sqrt{4\pi}}\right)\bar{g}$$

直流成分の分離

最適なa,bの計算

$$a = \frac{\hat{g} \cdot \bar{1}}{\bar{1} \cdot \bar{1}}$$

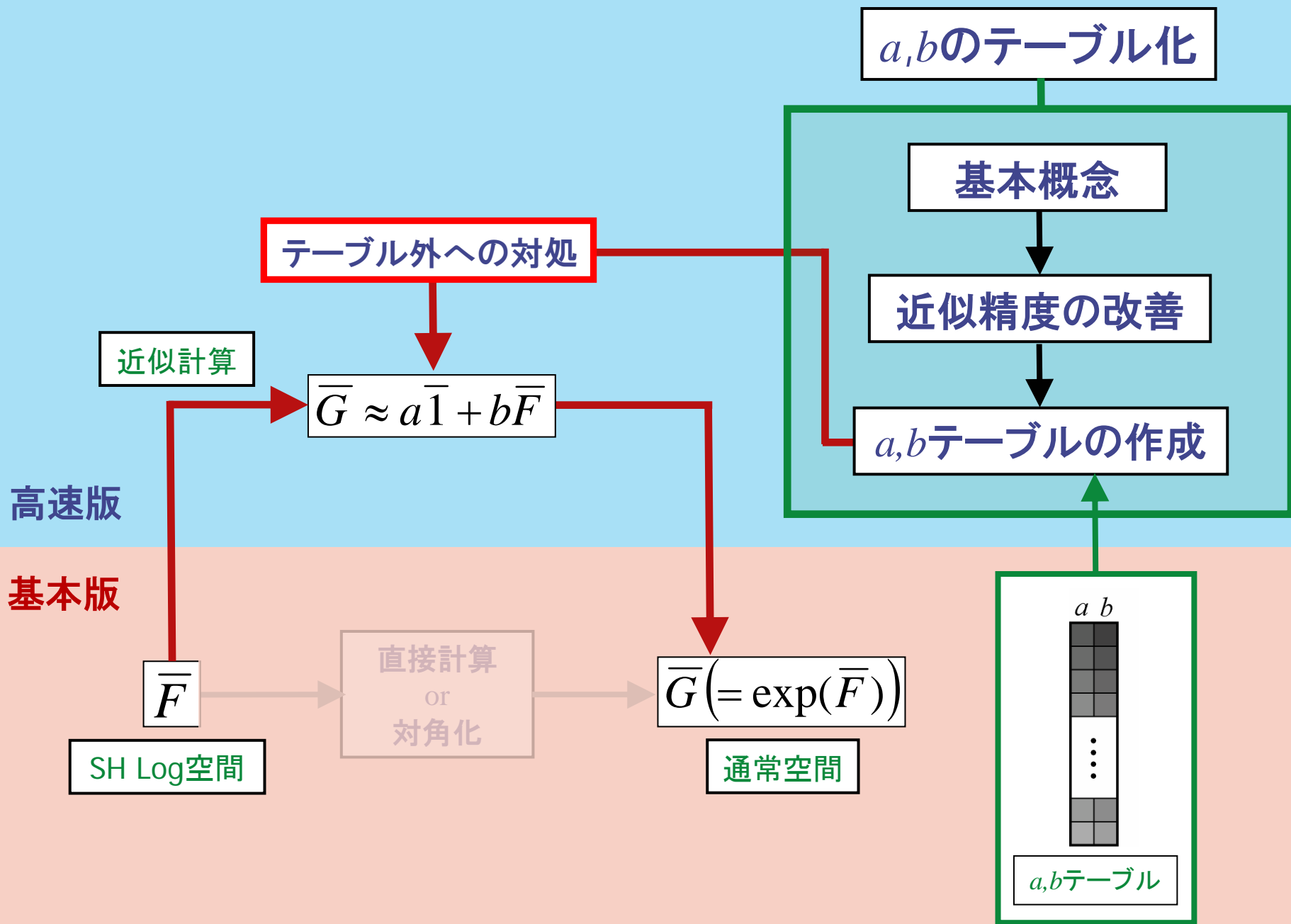
$$b = \frac{\hat{g} \cdot \hat{f}}{\hat{f} \cdot \hat{f}}$$



a,bテーブル

a,bテーブル完成!!

SH Exp演算の概念図





4. SHEXP ~SH Exp(高速版)~

◆ a, b テーブル外への対処

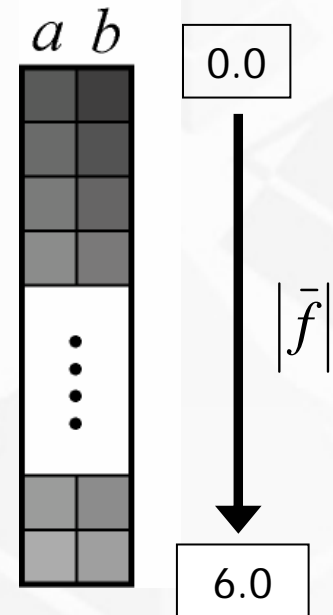
例1: $|\bar{f}|$ が8.0の場合

\bar{f} を半分にすれば、 $|\bar{f}|$ は4.0 (テーブル範囲内)

$$\left(\exp\left(\frac{\bar{f}}{2}\right) \right)$$

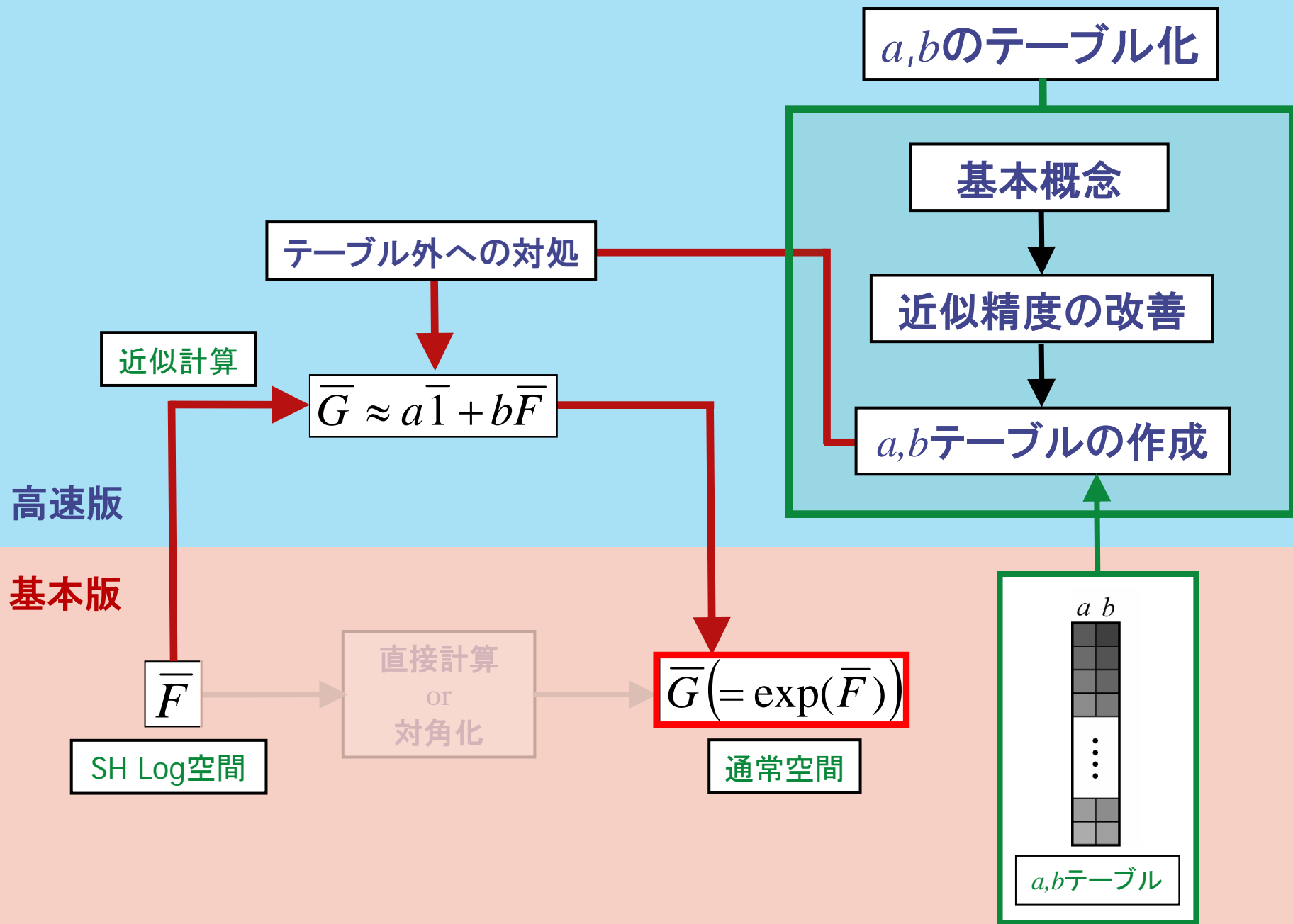
例2: $|\bar{f}|$ が15.0の場合

$$\left(\exp\left(\frac{\bar{f}}{4}\right) \right)$$



テーブルに入るまで f を半分にする
→ その後、半分にした回数だけ Triple Product

SH Exp演算の概念図





4. SHEXP ~SH Exp(高速版)~

◆ SH Exp演算の手順 (まとめ)

統合した遮蔽係数ベクトル \bar{F} が与えられたとき \bar{G} を求める

1. 直流成分の分離

$$\bar{F} = (\bar{F}_0^0, \bar{F}_1^{-1}, \bar{F}_1^0, \bar{F}_1^1, \Lambda)$$

分離

$$\bar{F}_0^0$$

$$\hat{\bar{F}} = (0, \bar{F}_1^{-1}, \bar{F}_1^0, \bar{F}_1^1, \Lambda)$$

$$\bar{G} \approx \exp\left(\frac{\bar{F}_0^0}{\sqrt{4\pi}}\right) \exp(\hat{\bar{F}})$$

2. $\exp\left(\frac{\bar{F}_0^0}{\sqrt{4\pi}}\right)$ を計算

3. $|\hat{\bar{F}}|$ を計算し a, b を取得 $\rightarrow \exp(\hat{\bar{F}}) \approx (a\bar{1} + b\hat{\bar{F}})$ を計算

$|\hat{\bar{F}}|$ の絶対値が大きい場合には適宜 Scaling + SH Squaringを使用

SHEXP概念図

通常空間

SH Log空間

物体の球近似

球のshadow fieldsの計算

SH Log演算

SH Log空間の球のshadow fieldsの計算

Log ZH係数テーブル

前計算

実行時

物体位置・形状の更新

遮蔽の統合

遮蔽の統合

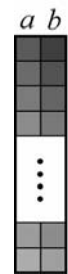
$$\bar{G} = \bar{g}_1 \times_{TP} \bar{g}_2 \times_{TP} \bar{g}_3 \times_{TP} \Lambda \times_{TP} \bar{g}_m$$

a,bテーブル

$$\bar{F} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2 + \bar{f}_3 + \Lambda + \bar{f}_m$$

SH Exp演算

輝度計算





発表の流れ



4.SH Exponentiation

- ✓ 実装の要点
- ✓ まとめ





4. SHEXP ～球のShadow Fields～

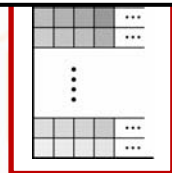
◆ 2種類のテーブルの前計算

1. Log ZH係数テーブル

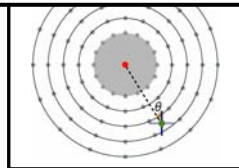
2. SH Exp演算用の a, b テーブル

$$\log(\bar{g}(\theta)_l^m) = \log((\bar{g}'_z)_l) y(\theta)_l^m$$

ご要望があれば, HPに公開します



Log ZH係数テーブル



a, b テーブル



4. SHEXP ～実装の要点～



◆ SH Squaringの実装方法

「Code Generation and Factoring for Fast Evaluation of Low-order Spherical Harmonic Products and Squares」

◆ <http://research.microsoft.com/research/pubs/>
にて論文公開

◆ 球近似の実装方法

「Adaptive Medial-Axis Approximation for Sphere-Tree Construction」

◆ <http://isg.cs.tcd.ie/spheretree/> にてソース公開





発表の流れ

4.SH Exponentiation

- ✓ 実装の要点
- ✓ まとめ

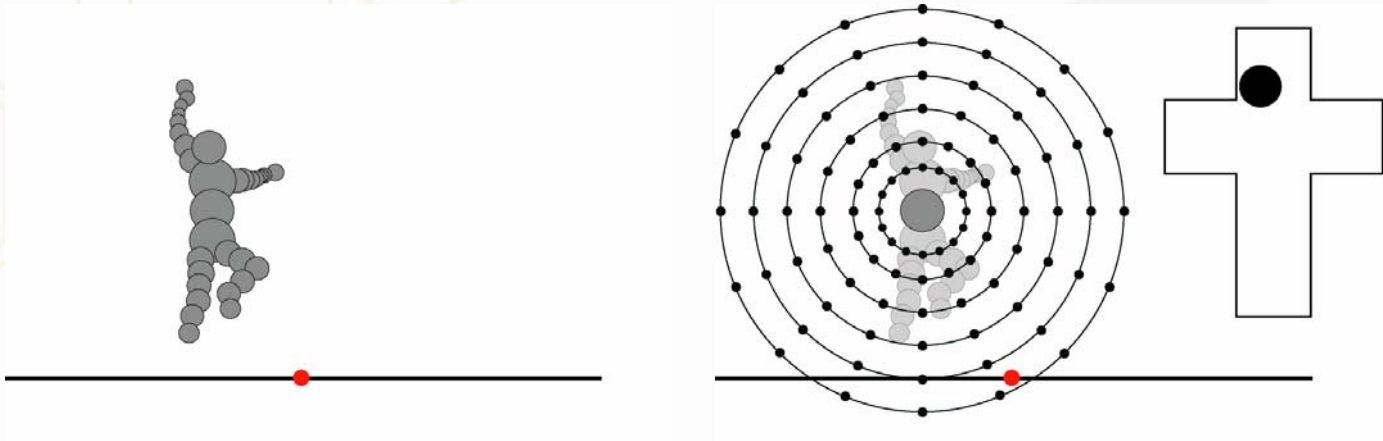


4. SHEXP ~まとめ~



◆ まとめ

1. 物体を球の集合で近似し, 形状変形に対応
2. SH Triple Productの処理負荷を下げるため
SH Log/SH Expを導入





発表の流れ

1. 概要
2. Static PRTの復習
3. Precomputed Shadow Fields
4. SH Exponentiation
5. まとめ



6.まとめ

◆ 本セッションの内容

動的なシーンに使えるPRTの解説

2節



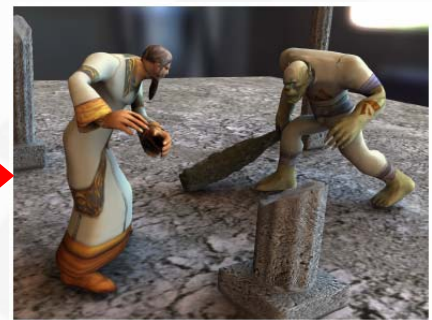
Static PRT

3節



Precomputed
Shadow Fields

4節



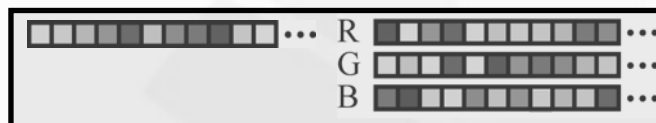
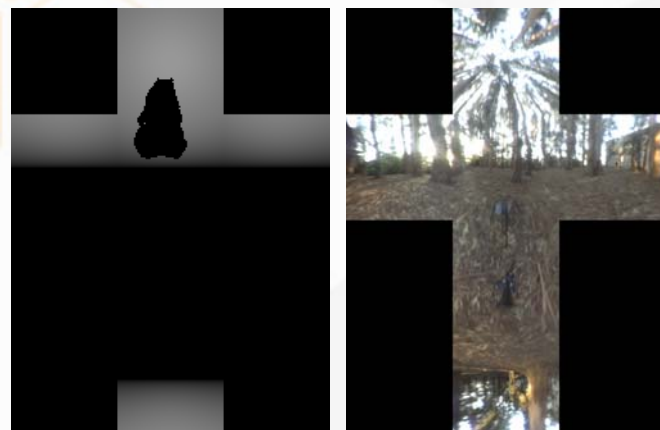
SH
Exponentiation



6.まとめ ~Static PRT~



計算頂点

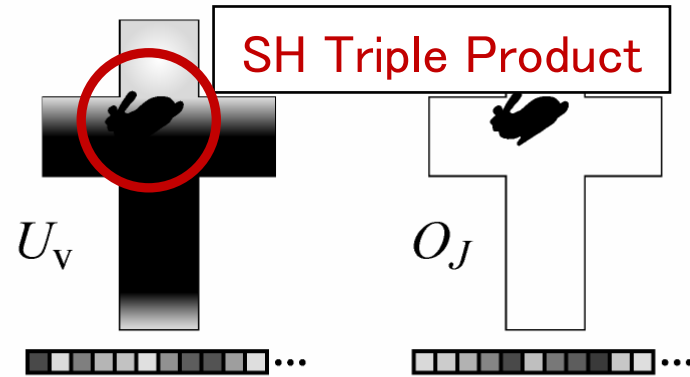
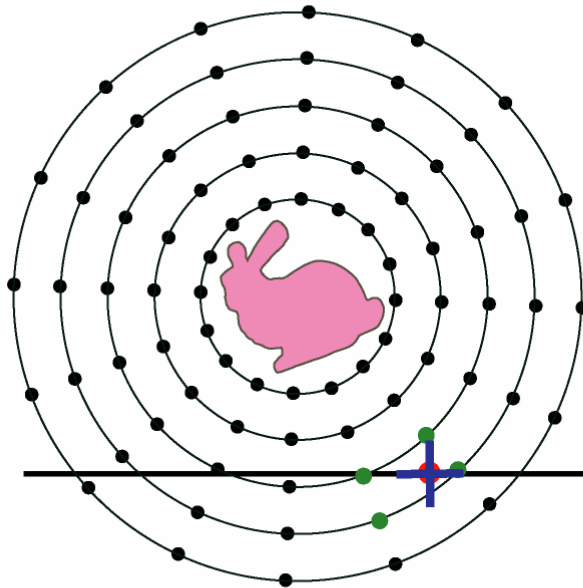


Double Product(内積)





6.まとめ ~PSF~



For each entity I do

For each visible vertex do

$$U_v = O_v$$

For each entity J do

calculate OCV O_J

rotate O_J

$$U_v = \text{Triple Product}(U_v, O_J)$$

$$B = \text{Double Product}(S_d, U_v)$$

OCV: 遮蔽係数ベクトル

O_v : 自己遮蔽係数ベクトル U_v : 計算用ベクトル shadow fieldsを利用した輝度計算



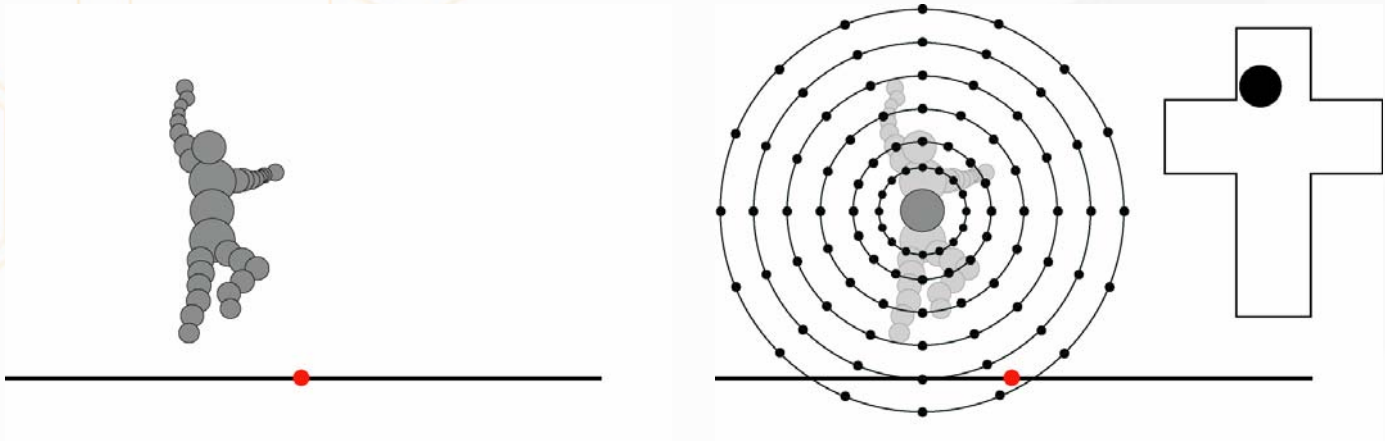


4. SHEXP ~まとめ~



◆ まとめ

1. 物体を球の集合で近似し, 形状変形に対応
2. SH Triple Productの処理負荷を下げるため
SH Log/SH Expを導入





6.まとめ ～謝辞～

- ◆ (株)トライエース 五反田義治氏
- ◆ (株)バンダイナムコゲームス 今給黎隆氏
- ◆ Pyramidスタッフ一同



6.まとめ ～最後に～

- ◆ ご清聴ありがとうございました
- ◆ 質問・ご意見は以下までお寄せ下さい
 - ✓ Pyramid HP - <http://www.pyramid-inc.net/>
近日中にPowerPointファイルをUpします
 - ✓ E-mail
rd@pyramid-inc.net



Appendix A. SH Triple Productの導出

$$E(\omega) = \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=-l}^l E_l^m y_l^m(\omega)$$

$$F(\omega) = \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=-l}^l F_l^m y_l^m(\omega)$$

$$G(\omega) = \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=-l}^l G_l^m y_l^m(\omega)$$

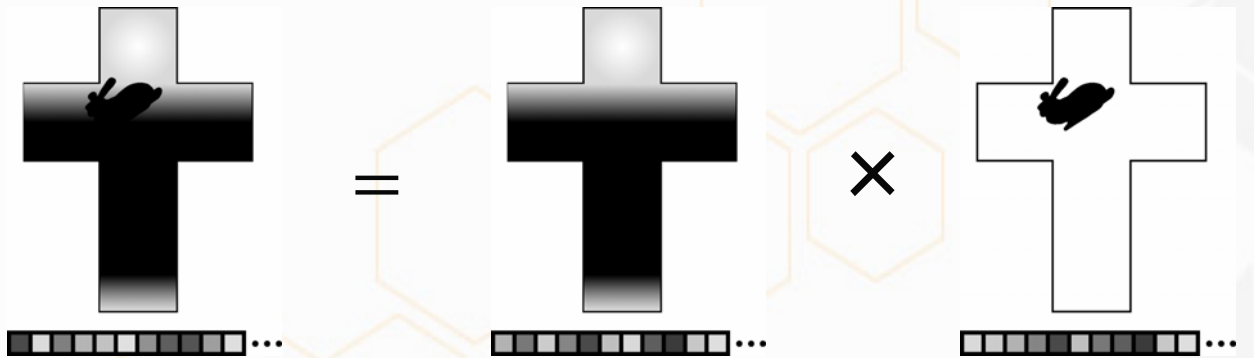
$$E(\omega) = F(\omega)G(\omega)$$

$$E(\omega) = \left(\sum_j F_j y_j(\omega) \right) \left(\sum_k G_k y_k(\omega) \right)$$

$$E_i = \int_{\Omega} E(\omega) y_i(\omega) d\omega = \int_{\Omega} \left\{ \left(\sum_j F_j y_j(\omega) \right) \left(\sum_k G_k y_k(\omega) \right) \right\} y_i(\omega) d\omega$$



Appendix A. SH Triple Productの導出



$$E(\omega) = \sum_i E_i y_i(\omega)$$

$$F(\omega) = \sum_j F_j y_j(\omega)$$

$$G(\omega) = \sum_k G_k y_k(\omega)$$

$$E_i = \int_{\Omega} E(\omega) y_i(\omega) d\omega = \int_{\Omega} \left\{ \left(\sum_j F_j y_j(\omega) \right) \left(\sum_k G_k y_k(\omega) \right) \right\} y_i(\omega) d\omega$$

$$E_i = \int_{\Omega} E(\omega) y_i(\omega) d\omega = \sum_j \sum_k F_j G_k \int_{\Omega} y_i(\omega) y_j(\omega) y_k(\omega) d\omega$$

$$\int_{\Omega} y_i(\omega) y_j(\omega) y_k(\omega) d\omega = \tau_{ijk}$$

$$E_i = \sum_j \sum_k \tau_{ijk} F_j G_k$$



Appendix B. SH Expの導出

◆ SH Exp演算

$\bar{f} = \log(\bar{g})$ が与えられたとき $\exp(\bar{f})$ を求める

$$\exp(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \Lambda \quad \Rightarrow \quad \exp(\bar{f}) = \bar{1} + \bar{f} + \frac{\bar{f}^2}{2!} + \frac{\bar{f}^3}{3!} + \frac{\bar{f}^4}{4!} + \Lambda$$

$$\bar{f}^N \approx \bar{f} \times_{TP} \bar{f} \times_{TP} \Lambda \times_{TP} \bar{f} \quad \bar{1} = (\sqrt{4\pi}, 0, 0, \Lambda)$$

$$(M_{\bar{f}})_{ij} = \sum_k \tau_{ijk} \bar{f}_k \quad \text{とおくと}$$

$$\Leftrightarrow \bar{f}^N \approx M_{\bar{f}} \times M_{\bar{f}} \times \Lambda \times \bar{f}$$

$$\Leftrightarrow \bar{f}^N \approx (M_{\bar{f}})^{N-1} \bar{f}$$



Appendix B. SH Expの導出

◆ SH Exp演算

$$\exp(\bar{f}) = \bar{1} + \bar{f} + \frac{\bar{f}^2}{2!} + \frac{\bar{f}^3}{3!} + \frac{\bar{f}^4}{4!} + \Lambda$$

$\bar{f}^N \approx (M_{\bar{f}})^{N-1} \bar{f}$ を代入すると

$$\Leftrightarrow \exp(\bar{f}) \approx \bar{1} + \bar{f} + \frac{(M_{\bar{f}})\bar{f}}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^2\bar{f}}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3\bar{f}}{4!} + \Lambda$$

$$\Leftrightarrow \exp(\bar{f}) \approx \bar{1} + \left(I + \frac{(M_{\bar{f}})}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^2}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3}{4!} + \Lambda \right) \bar{f}$$

$$\exp(M_{\bar{f}}) = I + M_{\bar{f}} + \frac{(M_{\bar{f}})^2}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^4}{4!} + \Lambda \quad \text{を考える}$$



Appendix B. SH Expの導出

$$\exp(\bar{f}) \approx \bar{1} + (I + \frac{(M_{\bar{f}})}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^2}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3}{4!} + \Lambda) \bar{f}$$

◆ SH Exp演算

$$\exp(M_{\bar{f}}) = I + M_{\bar{f}} + \frac{(M_{\bar{f}})^2}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^4}{4!} + \Lambda$$

$(M_{\bar{f}})^p$ を考える

$M_{\bar{f}}$ を対角化し、直交行列 $R_{\bar{f}}$ と対角行列 $D_{\bar{f}}$ を計算

$$M_{\bar{f}} = R_{\bar{f}} \times D_{\bar{f}} \times R_{\bar{f}}^T$$

$$M_{\bar{f}} = \begin{bmatrix} (R_{\bar{f}})_{1,1} & (R_{\bar{f}})_{1,2} & \Lambda & (R_{\bar{f}})_{1,N} \\ (R_{\bar{f}})_{2,1} & (R_{\bar{f}})_{2,2} & \Lambda & (R_{\bar{f}})_{2,N} \\ M & M & O & M \\ (R_{\bar{f}})_{N,1} & (R_{\bar{f}})_{N,2} & \Lambda & (R_{\bar{f}})_{N,N} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (D_{\bar{f}})_{1,1} & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & (D_{\bar{f}})_{2,2} & \Lambda & 0 \\ M & M & O & M \\ 0 & 0 & \Lambda & (D_{\bar{f}})_{N,N} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (R_{\bar{f}})_{1,1} & (R_{\bar{f}})_{2,1} & \Lambda & (R_{\bar{f}})_{N,1} \\ (R_{\bar{f}})_{1,2} & (R_{\bar{f}})_{2,2} & \Lambda & (R_{\bar{f}})_{N,2} \\ M & M & O & M \\ (R_{\bar{f}})_{1,N} & (R_{\bar{f}})_{2,N} & \Lambda & (R_{\bar{f}})_{N,N} \end{bmatrix}$$





Appendix B. SH Expの導出

$$\exp(\bar{f}) \approx \bar{1} + (I + \frac{(M_{\bar{f}})}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^2}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3}{4!} + \Lambda) \bar{f}$$

◆ SH Exp演算

$(M_{\bar{f}})^p$ に注目し、また $M_{\bar{f}} = R_{\bar{f}} \times D_{\bar{f}} \times R_{\bar{f}}^T$

$(M_{\bar{f}})^2$ を計算する

$$(M_{\bar{f}})^2 = (R_{\bar{f}} \times D_{\bar{f}} \times R_{\bar{f}}^T) \times (R_{\bar{f}} \times D_{\bar{f}} \times R_{\bar{f}}^T)$$

$$\Leftrightarrow (M_{\bar{f}})^2 = (R_{\bar{f}} \times D_{\bar{f}} \times D_{\bar{f}} \times R_{\bar{f}}^T)$$

$$\Leftrightarrow (M_{\bar{f}})^2 = (R_{\bar{f}} \times D_{\bar{f}}^2 \times R_{\bar{f}}^T)$$

同様にして

$$(M_{\bar{f}})^p = (R_{\bar{f}} \times (D_{\bar{f}})^p \times R_{\bar{f}}^T) \quad (D_{\bar{f}})^p = \begin{bmatrix} (D_{\bar{f}})_{1,1}^p & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & (D_{\bar{f}})_{2,2}^p & \Lambda & 0 \\ M & M & O & M \\ 0 & 0 & \Lambda & (D_{\bar{f}})_{N,N}^p \end{bmatrix}$$





Appendix B. SH Expの導出



◆ SH Exp演算

$$\exp(\bar{f}) \approx \bar{1} + (I + \frac{(M_{\bar{f}})}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^2}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3}{4!} + \Lambda) \bar{f}$$

ここで $\exp(M_{\bar{f}}) = I + M_{\bar{f}} + \frac{(M_{\bar{f}})^2}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^4}{4!} + \Lambda$

$(M_{\bar{f}})^p = (R_{\bar{f}} \times (D_{\bar{f}})^p \times R_{\bar{f}}^T)$ を代入すると

$$\exp(M_{\bar{f}}) = R_{\bar{f}} (I + D_{\bar{f}} + \frac{(D_{\bar{f}})^2}{2!} + \frac{(D_{\bar{f}})^3}{3!} + \frac{(D_{\bar{f}})^4}{4!} + \Lambda) R_{\bar{f}}^T$$

変形すると

$$\exp(M_{\bar{f}}) = R_{\bar{f}} \exp(D_{\bar{f}}) R_{\bar{f}}^T \quad \exp(D_{\bar{f}}) = \begin{bmatrix} \exp((D_{\bar{f}})_{1,1}) & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & \exp((D_{\bar{f}})_{2,2}) & \Lambda & 0 \\ M & M & O & M \\ 0 & 0 & \Lambda & \exp((D_{\bar{f}})_{N,N}) \end{bmatrix}$$





Appendix B. SH Expの導出

$$\exp(\bar{f}) \approx \bar{1} + (I + \frac{(M_{\bar{f}})}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^2}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3}{4!} + \Lambda) \bar{f}$$

◆ SH Exp演算

$$\exp(M_{\bar{f}}) = R_{\bar{f}} \exp(D_{\bar{f}}) R_{\bar{f}}^T \text{ かつ } \exp(D_{\bar{f}}) = I + D_{\bar{f}} + \frac{(D_{\bar{f}})^2}{2!} + \frac{(D_{\bar{f}})^3}{3!} + \frac{(D_{\bar{f}})^4}{4!} + \Lambda$$

$$(I + \frac{(M_{\bar{f}})}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^2}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3}{4!} + \Lambda) \text{ に注目する}$$

$$\Leftrightarrow R_{\bar{f}} \left\{ (I + \frac{(D_{\bar{f}})}{2!} + \frac{(D_{\bar{f}})^2}{3!} + \frac{(D_{\bar{f}})^3}{4!} + \Lambda) \right\} R_{\bar{f}}^T$$

$$\Leftrightarrow R_{\bar{f}} \left\{ \left((I + D_{\bar{f}} + \frac{(D_{\bar{f}})^2}{2!} + \frac{(D_{\bar{f}})^3}{3!} + \frac{(D_{\bar{f}})^4}{4!} + \Lambda) - I \right) / D_{\bar{f}} \right\} R_{\bar{f}}^T$$

$$\Leftrightarrow R_{\bar{f}} (\exp(D_{\bar{f}}) - I) / D_{\bar{f}} R_{\bar{f}}^T$$



Appendix B. SH Expの導出

$$\exp(\bar{f}) \approx \bar{1} + \left(I + \frac{(M_{\bar{f}})}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^2}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3}{4!} + \Lambda \right) \bar{f}$$

◆ SH Exp演算

$$\left(I + \frac{(M_{\bar{f}})}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^2}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3}{4!} + \Lambda \right) \Leftrightarrow R_{\bar{f}} \left((\exp(D_{\bar{f}}) - I) / D_{\bar{f}} \right) R_{\bar{f}}^T$$

$$(\exp(D_{\bar{f}}) - I) / D_{\bar{f}} = \begin{bmatrix} \frac{\exp((D_{\bar{f}})_{1,1}) - 1}{(D_{\bar{f}})_{1,1}} & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & \frac{\exp((D_{\bar{f}})_{2,2}) - 1}{(D_{\bar{f}})_{2,2}} & \Lambda & 0 \\ M & M & O & M \\ 0 & 0 & \Lambda & \frac{\exp((D_{\bar{f}})_{N,N}) - 1}{(D_{\bar{f}})_{N,N}} \end{bmatrix}$$

$$\exp(\bar{f}) \approx \bar{1} + \left(I + \frac{(M_{\bar{f}})}{2!} + \frac{(M_{\bar{f}})^2}{3!} + \frac{(M_{\bar{f}})^3}{4!} + \Lambda \right) \bar{f} \Leftrightarrow \bar{1} + \left(R_{\bar{f}} q(D_{\bar{f}}) R_{\bar{f}}^T \right) \bar{f}$$

$q(D_{\bar{f}})$ は $D_{\bar{f}}$ の各要素に $q(x) = \frac{\exp(x) - 1}{x}$ を作用させることを表す





Appendix B. SH Expの導出

◆ SH Exp演算(基礎版)のまとめ

$\bar{f} = \log(\bar{g})$ が与えられたとき $\exp(\bar{f})$ を求める

1. $(M_{\bar{f}})_{ij} = \sum_k \tau_{ijk} \bar{f}_k$ を計算

2. $M_{\bar{f}}$ を対角化し、直交行列 $R_{\bar{f}}$ と対角行列 $D_{\bar{f}}$ を計算

$$M_{\bar{f}} = R_{\bar{f}} \times D_{\bar{f}} \times R_{\bar{f}}^T$$

3. 対角行列 $D_{\bar{g}}$ の各要素に $q'(x)$ を作用させ下式を計算

$$\exp(\bar{f}) = \bar{1} + \left(R_{\bar{f}} q(D_{\bar{f}}) R_{\bar{f}}^T \right) \bar{f} \quad \bar{1} = (\sqrt{4\pi}, 0, 0, \Lambda)$$

$$q(x) = \frac{\exp(x) - 1}{x}$$





Appendix C. SH Logの導出

◆ SH Log演算

遮蔽係数ベクトル \bar{g} が与えられたとき $\log(\bar{g})$ を求める

求めたい $\log(\bar{g})$ を \bar{f} とおく

$$\bar{f} = \log(\bar{g}) \quad \text{さらに} \quad \exp(\bar{f}) = \bar{g}$$

Appendix B. より

$$\exp(\bar{f}) = \bar{1} + \left(R_{\bar{f}} q(D_{\bar{f}}) R_{\bar{f}}^T \right) \bar{f}$$

このとき $q(x) = \frac{\exp(x) - 1}{x} \quad \bar{1} = (\sqrt{4\pi}, 0, 0, \Lambda)$



Appendix C. SH Logの導出

◆ SH Log演算

遮蔽係数ベクトル \bar{g} が与えられたとき $\log(\bar{g})$ を求める

$$\bar{f} = \log(\bar{g}) \quad \text{さらに} \quad \exp(\bar{f}) = \bar{g}$$

$$\exp(\bar{f}) = \bar{1} + (R_{\bar{f}} q(D_{\bar{f}}) R_{\bar{f}}^T) \bar{f}$$

$$\Leftrightarrow \bar{g} = \exp(\bar{f}) = \bar{1} + (R_{\bar{f}} q(D_{\bar{f}}) R_{\bar{f}}^T) \bar{f}$$

Appendix B. と同様にして $M_{\bar{g}} = R_{\bar{g}} \times D_{\bar{g}} \times R_{\bar{g}}^T$

$$\Leftrightarrow M_{\log(\bar{g})} = R_{\bar{g}} \times D_{\log(\bar{g})} \times R_{\bar{g}}^T \approx M_{\bar{f}}$$



Appendix C. SH Logの導出

◆ SH Log演算

遮蔽係数ベクトル \bar{g} が与えられたとき $\log(\bar{g})$ を求める

$$\bar{f} = \log(\bar{g}) \quad \text{さらに} \quad \exp(\bar{f}) = \bar{g}$$

$$\bar{g} = \exp(\bar{f}) = \bar{1} + (R_{\bar{f}} q(D_{\bar{f}}) R_{\bar{f}}^T) \bar{f} \quad \text{かつ} \quad M_{\bar{f}} \approx M_{\log(\bar{g})} = R_{\bar{g}} \times D_{\log(\bar{g})} \times R_{\bar{g}}^T$$

$$\bar{g} = \bar{1} + (R_{\bar{g}} q(D_{\log(\bar{g})}) R_{\bar{g}}^T) \bar{f}$$

$$\bar{g} - \bar{1} = (R_{\bar{g}} q(D_{\log(\bar{g})}) R_{\bar{g}}^T) \bar{f}$$

$$R_{\bar{g}}^T (\bar{g} - \bar{1}) = R_{\bar{g}}^T R_{\bar{g}} (q(D_{\log(\bar{g})}) R_{\bar{g}}^T) \bar{f}$$

$$R_{\bar{g}}^T (\bar{g} - \bar{1}) = I (q(D_{\log(\bar{g})}) R_{\bar{g}}^T) \bar{f}$$



Appendix C. SH Logの導出

◆ SH Log演算

遮蔽係数ベクトル \bar{g} が与えられたとき $\log(\bar{g})$ を求める

$$\bar{f} = \log(\bar{g}) \quad \text{さらに} \quad \exp(\bar{f}) = \bar{g}$$

$$R_{\bar{g}}^T (\bar{g} - \bar{1}) = (q(D_{\log(\bar{g})}) R_{\bar{g}}^T) \bar{f}$$

$$(q(D_{\log(\bar{g})}))^{-1} R_{\bar{g}}^T (\bar{g} - \bar{1}) = (q(D_{\log(\bar{g})}))^{-1} (q(D_{\log(\bar{g})})) R_{\bar{g}}^T \bar{f}$$

$$(q(D_{\log(\bar{g})}))^{-1} R_{\bar{g}}^T (\bar{g} - \bar{1}) = I R_{\bar{g}}^T \bar{f}$$

$$R_{\bar{g}} (q(D_{\log(\bar{g})}))^{-1} R_{\bar{g}}^T (\bar{g} - \bar{1}) = \bar{f}$$



Appendix C. SH Logの導出

◆ SH Log演算

遮蔽係数ベクトル \bar{g} が与えられたとき $\log(\bar{g})$ を求める

$$\bar{f} = \log(\bar{g}) \quad \text{さらに} \quad \exp(\bar{f}) = \bar{g}$$

$$R_{\bar{g}} \left(q(D_{\log(\bar{g})}) \right)^{-1} R_{\bar{g}}^T (\bar{g} - \bar{1}) = \bar{f} \quad \text{のうち} \quad \left(q(D_{\log(\bar{g})}) \right)^{-1} \text{に注目する}$$

対角行列の逆行列は、各対角成分を逆数にしたものなので

$$(q(D_{\log(\bar{g})}))^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{q((D_{\log(\bar{g})})_{1,1})} & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{q((D_{\log(\bar{g})})_{2,2})} & \Lambda & 0 \\ M & M & O & M \\ 0 & 0 & \Lambda & \frac{1}{q((D_{\log(\bar{g})})_{N,N})} \end{bmatrix}$$





Appendix C. SH Logの導出

◆ SH Log演算

遮蔽係数ベクトル \bar{g} が与えられたとき $\log(\bar{g})$ を求める

$$(q(D_{\log(\bar{g})}))^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{q((D_{\log(\bar{g})})_{1,1})} & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{q((D_{\log(\bar{g})})_{2,2})} & \Lambda & 0 \\ M & M & O & M \\ 0 & 0 & \Lambda & \frac{1}{q((D_{\log(\bar{g})})_{N,N})} \end{bmatrix}$$

さらにlogを考慮して変形すると

$$(q(D_{\log(\bar{g})}))^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{q(\log((D_{\bar{g}})_{1,1}))} & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{q(\log((D_{\bar{g}})_{1,1}))} & \Lambda & 0 \\ M & M & O & M \\ 0 & 0 & \Lambda & \frac{1}{q(\log((D_{\bar{g}})_{N,N}))} \end{bmatrix}$$



Appendix C. SH Logの導出

◆ SH Log演算

遮蔽係数ベクトル \bar{g} が与えられたとき $\log(\bar{g})$ を求める

$$(q(D_{\log(\bar{g})}))^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Lambda & 0 \\ \frac{1}{q(\log((D_{\bar{g}})_{1,1}))} & & & \\ 0 & \frac{1}{q(\log((D_{\bar{g}})_{1,1}))} & \Lambda & 0 \\ M & M & O & M \\ 0 & 0 & \Lambda & \frac{1}{q(\log((D_{\bar{g}})_{N,N}))} \end{bmatrix}$$

$\frac{1}{q(\log(X))}$ を考える. ただし $q(x) = \frac{\exp(x) - 1}{x}$

$$\frac{1}{q(\log(X))} = \frac{\log(X)}{\exp(\log(X)) - 1} \Leftrightarrow \frac{\log(X)}{\boxed{X} - 1}$$



Appendix C. SH Logの導出

◆ SH Log演算

遮蔽係数ベクトル \bar{g} が与えられたとき $\log(\bar{g})$ を求める

$$R_{\bar{g}} \left(q(D_{\log(\bar{g})}) \right)^{-1} R_{\bar{g}}^T (\bar{g} - \bar{1}) = \bar{f} \quad (q(D_{\log(\bar{g})}))^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{q(\log((D_{\bar{g}})_{1,1}}))} & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{q(\log((D_{\bar{g}})_{1,1}))} & \Lambda & 0 \\ M & M & O & M \\ 0 & 0 & \Lambda & \frac{1}{q(\log((D_{\bar{g}})_{N,N}))} \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{q(\log(X))} = \frac{\log(X)}{X-1} \quad \text{を } q'(X) \text{ とおくと}$$

$$\bar{f} = \log(\bar{g}) = R_{\bar{g}} q'(D_{\bar{g}}) R_{\bar{g}}^T (\bar{g} - \bar{1})$$



Appendix C. SH Logの導出

◆ SH Log演算のまとめ

遮蔽係数ベクトル \bar{g} が与えられたとき $\log(\bar{g})$ を求める

1. $(M_{\bar{g}})_{ij} = \sum_k \tau_{ijk} \bar{g}_k$ を計算

2. $M_{\bar{g}}$ を対角化し、直交行列 $R_{\bar{g}}$ と対角行列 $D_{\bar{g}}$ を計算

$$M_{\bar{g}} = R_{\bar{g}} \times D_{\bar{g}} \times R_{\bar{g}}^T$$

3. 対角行列 $D_{\bar{g}}$ の各要素に $q'(x)$ を作用させ下式を計算

$$\log(\bar{g}) = R_{\bar{g}} q'(D_{\bar{g}}) R_{\bar{g}}^T (\bar{g} - \bar{1}) \quad \bar{1} = (\sqrt{4\pi}, 0, 0, \Lambda)$$

$$q'(x) = \frac{\log(x)}{x-1}$$





Appendix D. 参考文献

◆ 参考文献(Paper) – PRT関係

- ◆ 「Precomputed Radiance Transfer for Real-Time Rendering in Dynamic, Low-Frequency Lighting Environments」

<http://research.microsoft.com/~ppsloan/>で論文公開

- ◆ 「Precomputed Shadow Fields for Dynamic Scenes」

<http://research.microsoft.com/users/kunzhou/>
で論文公開



Appendix D. 参考文献

◆ 参考文献(Paper) – PRT関係

◆ 「Local, Deformable Precomputed Radiance Transfer」

<http://research.microsoft.com/~ppsloan/>で論文公開

◆ 「Real-time Soft Shadows in Dynamic Scenes using Spherical Harmonic Exponentiation」

<http://research.microsoft.com/users/kunzhou/>
で論文公開



Appendix D. 参考文献



◆ 参考文献(Paper) – 球近似

◆ 「Variational Sphere Set Approximation for Solid Objects」

<http://research.microsoft.com/users/kunzhou/>
で論文公開

◆ 「Adaptive Medial-Axis Approximation for Sphere-Tree Construction」

<http://isg.cs.tcd.ie/spheretree/>で論文公開





Appendix D. 参考文献



◆ 参考文献(Paper) – 実装

◆ SH Triple Product/SH Squaringの実装方法

「Code Generation and Factoring for Fast Evaluation of Low-order Spherical Harmonic Products and Squares」

<http://research.microsoft.com/research/pubs/>
にて論文公開

◆ SH Rotationの実装方法

「Spherical Harmonic Lighting: The Gritty Details」

<http://www.research.scea.com/gdc2003/spherical-harmonic-lighting.html> にて公開





Appendix D. 参考文献

◆ 参考文献(書籍・その他)

◆ 入門・解説書として最適だと思います

「Spherical Harmonic Lighting: The Gritty Details」

<http://www.research.scea.com/gdc2003/spherical-harmonic-lighting.html> にて公開

◆ 球面調和関数の説明も踏まえ、分かりやすく解説されています

Imagire氏のHP: t-pot

<http://www.t-pot.com/>



Appendix E. 記号表

◆ 表1 2節で使用する記号「IBL」まで

記号	読み方	意味
ω	オメガ	(単位球(半径1)上への点)への方向ベクトル
Ω	オメガ	全球(\int_{Ω} は、全球に渡って積分することを意味する)
L	エル	環境光源の輝度(明るさ)の情報
V	ブイ	遮蔽情報(遮蔽がある方向は0, 遮蔽がない方向は1)
n	エヌ	面の法線
$\omega \cdot n$	オメガエヌ	ω と面の法線との内積
T	ティー	V と $\omega \cdot n$ の項を合わせた情報(光の伝達関数)



Appendix E. 記号表

◆ 表2 2節で使用する記号「Static PRT」以降

記号	読み方	意味
f	エフ	「任意の」情報
g	ジー	f を近似する「任意の」直交関数(直交基底)群
a	エー	f を g で近似したときの各関数(基底)に対する係数
y	ワイ	球面調和関数
l	エル	球面調和関数の次数(正確には $l+1$ を次数と呼ぶ)
m	エム	球面調和関数の添え字($+l$ から $-l$ まで変化)
S	エス	三次元極座標系で定義された「任意の」情報
S_m^l	エス	S を y で近似したときの各基底に対する係数
L_m^l	エル	環境光源の輝度情報 L を y で近似したときの係数
T_m^l	ティー	光の伝達関数 T を y で近似したときの係数



Appendix E. 記号表

◆ 表3 3節で使用する記号

記号	読み方	意味
OCV	オーシーバイ	「遮蔽情報」を球面調和関数で近似した係数ベクトル
E	イー	(係数ベクトルで表現された) F と G を統合した情報
F	エフ	(係数ベクトルで保存された)統合したい1つ目の情報
G	ジー	(係数ベクトルで保存された)統合したい2つ目の情報
i	アイ	E に対する添え字(l, m に関して小さい順に並べたもの)
j	ジェイ	F に対する添え字(l, m に関して小さい順に並べたもの)
k	ケー	G に対する添え字(l, m に関して小さい順に並べたもの)
τ	タウ	SH Triple Productで用いる定数(三次元(i, j, k)の情報)
R	アール	任意の回転



Appendix E. 記号表

◆ 表4 4節で使用する記号「概要」

記号	読み方	意味
\bar{g}	ジーバー	(非SH Log空間の)遮蔽情報の係数ベクトル(OCVと同義)
\bar{f}	エフバー	\bar{g} に対してSH Log変換を施した後の係数ベクトル
\times_{TP}	トリプロプロダクト	SH Triple Productによる二つの係数ベクトルの統合
g	ジー	「任意の」スカラー値
G	ジー	g を全て乗算したスカラー値
F	エフ	g をそれぞれLogを取って後、全て足したスカラー値
\bar{G}	ジーバー	全ての \bar{g} を統合した遮蔽情報(の係数ベクトル)
\bar{F}	エフバー	SH Log空間の \bar{g} (= \bar{f})を全て加算した係数ベクトル



Appendix E. 記号表

◆ 表5 4節で使用する記号「球のshadow fields」

記号	読み方	意味
\bar{g}	ジーバー	(非SH Log空間の)遮蔽情報の係数ベクトル(OCVと同義)
\bar{f}	エフバー	\bar{g} に対してSH Log変換を施した後の係数ベクトル
\times_{TP}	トリプロダクト	SH Triple Productによる二つの係数ベクトルの統合
\bar{G}	ジーバー	全ての \bar{g} を統合した遮蔽情報(の係数ベクトル)
\bar{F}	エフバー	SH Log空間の \bar{g} (= \bar{f})を全て加算した係数ベクトル
\bar{g}_z	ジーバーゼット	(係数補正前の)Zonal Harmonics係数ベクトル
θ	シータ	ワールドのZ軸からみた、回転中心軸の方向
\bar{g}'_z	ジーバーゼットダッシュ	(係数補正後の)Zonal Harmonics係数ベクトル
θ_s	シータエス	注目点から延ばした球の接線と回転中心軸の成す角



Appendix E. 記号表

◆ 表6 4節で使用する記号「SH Log変換」

記号	読み方	意味
\bar{g}	ジーバー	(非SH Log空間の)遮蔽情報の係数ベクトル(OCVと同義)
\bar{f}	エフバー	\bar{g} に対してSH Log変換を施した後の係数ベクトル
\times_{TP}	トリプロダクト	SH Triple Productによる二つの係数ベクトルの統合
\bar{G}	ジーバー	全ての \bar{g} を統合した遮蔽情報(の係数ベクトル)
\bar{F}	エフバー	SH Log空間の \bar{g} (= \bar{f})を全て加算した係数ベクトル
τ	タウ	SH Triple Productで用いる定数(三次元(i,j,k)の情報)
$M_{\bar{g}}$	エムジーバー	τ と \bar{g} を掛けた行列
$R_{\bar{g}}$	アールジーバー	$M_{\bar{g}}$ を対角化したときの直交行列
$D_{\bar{g}}$	ディージーバー	$M_{\bar{g}}$ を対角化したときの対角行列
q'	キューダッシュ	SH Log変換において対角要素に作用させる関数



Appendix E. 記号表

◆ 表7.1 4節で使用する記号「球の遮蔽の統合」まで

記号	読み方	意味
\bar{g}	ジーバー	(非SH Log空間の)遮蔽情報の係数ベクトル(OCVと同義)
\bar{f}	エフバー	\bar{g} に対してSH Log変換を施した後の係数ベクトル
\times_{TP}	トリプロダクト	SH Triple Productによる二つの係数ベクトルの統合
\bar{G}	ジーバー	全ての \bar{g} を統合した遮蔽情報(の係数ベクトル)
\bar{F}	エフバー	SH Log空間の \bar{g} (= \bar{f})を全て加算した係数ベクトル
\bar{g}_z	ジーバーゼット	(係数補正前の)Zonal Harmonics係数ベクトル
θ	シータ	ワールドのZ軸からみた、回転中心軸の方向
\bar{g}'_z	ジーバーゼットダッシュ	(係数補正後の)Zonal Harmonics係数ベクトル
θ_s	シータエス	注目点から延ばした球の接線と回転中心軸の成す角



Appendix E. 記号表



◆ 表7.2 4節で使用する記号「球の遮蔽の統合」まで

記号	読み方	意味
V	ブイ	任意の頂点の三次元座標
C	シー	対象とする球の中心の三次元座標
r	アール	対象とする球の半径





Appendix E. 記号表

表8 4節で使用する記号「SH Exp演算(高速版)」

記号	読み方	意味
\bar{g}	ジーバー	(非SH Log空間の)遮蔽情報の係数ベクトル(OCVと同義)
\bar{f}	エフバー	\bar{g} に対してSH Log変換を施した後の係数ベクトル
\times_{TP}	トリプロダクト	SH Triple Productによる二つの係数ベクトルの統合
\bar{G}	ジーバー	全ての \bar{g} を統合した遮蔽情報(の係数ベクトル)
\bar{F}	エフバー	SH Log空間の \bar{g} (= \bar{f})を全て加算した係数ベクトル
a, b	エー,ビー	(高速版)SH Exp演算における重み係数
\bar{f}_0^0	エフバーゼロゼロ	\bar{f} の一番最初の係数(直流成分=最も低周波の成分)
$\hat{\bar{f}}$	エフバーハット	\bar{f} から \bar{f}_0^0 を除外(\bar{f}_0^0 を0に)した係数ベクトル
$ \hat{\bar{f}} $	絶対値エフバーハット	ベクトル $\hat{\bar{f}}$ の絶対値
$\hat{\bar{g}}$	ジーバーハット	\bar{g} から \bar{f}_0^0 の成分を除外した係数ベクトル
$\hat{\bar{g}}_0^0$	ジーバーハットゼロゼロ	$\hat{\bar{g}}$ の一番最初の係数(最も低周波の成分)